

TRIANGULAR

El nombre 6 es va llevar sobresaltat. Tot just eren les 6 de la matinada, però ja no podia dormir més. Havia tingut un malson: un triangle molt petit sortia del no res, vermell com el foc, cruel com algunes de les incògnites més especialitzades i, en una foscor total, no parava de créixer i créixer fins que, quan menys s'ho esperava, es desintegrava i es convertia en ell mateix, el nombre 6. Va mirar a banda i banda, però no hi va veure res d'anormal. Tot i això, ja feia 6 dies que no parava de tenir malsons a les nits. El d'avui, però, era diferent. Molt diferent. Fins ara havia somniat que queia per un precipici i no parava de caure i caure fins que es girava de cap per avall, convertint-se en el nombre 9; després, la foscor se l'engollia. Tot i això, el somni d'avui li havia provocat més pànic, i és que res pot fer més por que no saber qui ets, com ets i sobretot per què ets com ets. I això és justament el que li passava al protagonista d'aquesta història: no sabia per què era un nombre triangular.

Va respirar profundament 6 cops, es va rentar bé la cara per treure's el son i va esmorzar una mica, tan sols un nombre parell de torrades sense untar. Un cop, la seva amiga X va convidar al nombre 6 a menjar un nombre senar de torrades de pa, i a més amb formatge variable, aquell formatge que depenent de quantes torrades te'n mengis té un gust diferent, i, és clar, no li va agradar gens. Des d'aquell dia el seu esmorzar era ben simple, el suficient per aguantar un matí intens abans no arribés la molt esperada hora de dinar.

Quan va haver acabat d'esmorzar, es va multiplicar molts cops, però no infinits, per a poder anar a tot arreu on la gent el demanés. Li feien retrats a la pissarra de moltes escoles, als fulls dels matemàtics més importants i fins i tot era emmagatzemat en codi binari (110) dins de tots els ordinadors del món. Alguns dels retrats eren especialment bons, com els dels ordinadors, però en alguns d'ells no es reconeixia massa bé, com als fulls on els nens i nenes de P3 aprenien a dibuixar els nombres. De vegades també l'anomenaven simplement 3!. Però el nostre estimat nombre 6 era molt feliç malgrat tot, perquè tenia oportunitat de sortir gairebé a tot arreu. Un dia va pensar: “què deu fer el nombre 3.374.527.481.037.458.947.584.485.939, amb bàsicament 0 retrats per dia?”

Durant tot el dia, mentre anava fent la seva feina, no va poder parar de pensar en aquell triangle que havia somniat. Es torturava intentant esbrinar què podia significar. I així doncs, després de dinar una mica de sopa de nombres amb la companyia del nombre 3, que era un súbdit seu al igual que el nombre 1, el 2 i ell mateix (el 6), va decidir anar a visitar al nombre 7, el qual es deia que era mag i que sabia, entre d'altres, desxifrar somnis. Quan hi va arribar, però, es va sentir molt decepcionat: el nombre 7 només li va dir que aquell somni l'havia tingut perquè ell, el nombre 6, era un nombre triangular. La veritat és que el nombre 6 ja ho sabia feia temps, que era un nombre triangular, però no havia sabut mai el perquè. “Però si no tinc pas forma de triangle, jo”, havia replicat a tothom que li ho deia, “si sóc ben arrodonit, que no ho veieu?”. Va anar a demanar consell altra vegada al nombre 3 i, al cap de 18 minuts de discussió, van decidir que anirien voltant pel món fins que descobrissin la raó per la qual ells eren nombres triangulars malgrat la forma que tenien. Van decidir, o més aviat el nombre 6 va imposar, que marxarien al cap de 6 dies, 6 hores, 6 minuts i 6 segons exactes. Res de decimals.

Per fi va arribar l'esperat dia. Els dos nombres, contents, es van trobar a casa del nombre 6 i van decidir que començarien investigant en algun institut on el professor o la professora de matemàtiques estigués explicant els nombres triangulars als seus alumnes. Però va resultar que aquell dia era dissabte, el sisè de la setmana, i totes les escoles del país que volien començar a explorar eren tancades. Quin disgust pels dos nombres!

Així doncs, van haver de rumiar durant molta estona (un nombre indeterminat de segons amb molts decimals) on havien d'anar per esbrinar el gran misteri dels nombres triangulars, en el qual ells

estaven implicats. Van decidir començar la recerca a Itàlia. Van anar travessant a peu el país en busca de respostes, fins que cap de 6 dies de caminar, van anar a parar a un prat tot ple de conills. Al veure'n tants, no van poder evitar de pensar en Fibonacci, i van acordar que l'anirien a buscar per a resoldre els seus dubtes. No els va caldre cercar-lo gaire, ja que tots els matemàtics i matemàtiques estan dins del cor dels nombres, i tots els nombres dins dels cors dels matemàtics i matemàtiques. Encara que Fibonacci ja era mort, s'hi podien comunicar fàcilment a través de les ments. Això sí, el 3 va ser l'encarregat de la comunicació, ja que a aquest, sense cap mena de dubte, li seria més fàcil al ser un privilegiat nombre de la famosa successió de Fibonacci.

El que Fibonacci els va dir va ser el següent: “Jo no vaig ser un gran especialista en nombres triangulars, però crec que us dieu així perquè, en nombres romans, sou el VI i el III. Ara, agafem el nombre 3 (III) per exemple, se l'escriu amb tres segments de recta que, si els movem de lloc formen un preciós triangle equilàter. En el cas del 6 (VI), també es pot fer, s'agafa el segment que està sol i es col·loca al damunt de la V; depenent de com s'hagi escrit la V, podria ser que no quedés un triangle equilàter, però tot i així continua sent un triangle. Ara, no us oblideu mai de que els nombres actuals són infinites vegades millors que els romans, jo sempre ho havia pensat i veieu? Tenia raó. Un gran avenç per a les matemàtiques aquest sistema numèric actual, realment un gran avenç matemàtic, inventat pels àrabs i que jo mateix vaig importar!” D'aquesta manera, es va acomiadar d'ells.

El 6 i el 3 van marxar del lloc, no sense abans haver donat les gràcies a Fibonacci, ben contents per haver resolt el seu enigma. Van travessar el camp de conills admirant totes les boniques flors que hi creixien fins que van arribar a l'entrada d'un petit bosc de roures i alzines. Van decidir entrar-hi i gaudir de l'ombra, ja que al camp hi feia molta calor. Van fer una petita parada de 6 minuts, tot i que el nombre 3 es va queixar perquè es van estar el doble de l'estona que ell hauria volgut, i després van reprendre la marxa. Aquest cop es van trobar un rierol d'aigua cristal·lina que fluïa tranquil·lament arrossegant microscòpics éssers que els dos nombres no van saber apreciar. El van creuar passant per unes pedres una mica relliscoses i van continuar caminant.

Al cap d'una estona, però, el 6 es va aturar en sec fent que el pobre 3, que caminava just al seu darrere, xoqués amb ell i caiguessin tots dos al terra, cobrint-se de fang i herbes. Quan es van haver aixecat i recuperat, el 3 va preguntar per què carai havia parat tant bruscamment. La resposta del 6, però, no se l'esperava gens ni mica. “He estat reflexionant sobre la resposta que ens ha donat Fibonacci...”, va respondre-li el nombre 6, “i he arribat a la conclusió que no és del tot veritat el que ens ha dit. És cert que en els nostres dos nombres funciona, és clar, però no en tots. El nombre quatre, per exemple, en nombres romans s'escriu IV, i d'aquesta manera també es pot formar un triangle amb les seves barres, i ell no ho és, de triangular. Ell només és un vulgar quadrat. Crec que Fibonacci no ens ha volgut donar la solució correcta per a que la penséssim nosaltres mateixos, estimat 3.” Així doncs, el 6 i el 3 tornaven a estar desconsolats i tristos, però van decidir reprendre la marxa per anar a buscar a algun altre savi matemàtic que els pogués respondre ja que ells no es veien en cor de fer la terrible tasca d'esbrinar-ho per ells sols. “Per què ho hauríem de fer si hi ha nombres i savis que ja ho saben?”, deien. La veritat és que tot els feia mandra.

Van reprendre el camí passant per un munt de camps, boscos, muntanyes, ciutats i petits poblets fins que van arribar, al cap de molt temps, a la gran Grècia, un país on hi havien viscut moltíssims matemàtics i matemàtiques famosos i importants. Van haver de pensar a quin gran savi consultarien aquesta vegada, i van acordar anar a veure a un nombre d'infinits decimals -és clar que sense decimals periòdics ni cap altre tipus de període. Un nombre irracional, que se'n diu. Concretament, anirien a visitar el fabulós nombre π .

Tot seguint les indicacions que els nombres habitants d'aquell nou país els donaven, els dos nombres triangulars van arribar al davant de la porta de la casa del nombre π , o més ben dit davant de les

dues immenses portes que conduïen al gegant i preciós palau d'aquell rei dels nombres. Però no us penseu que era un palau normal i corrent. En absolut. Totes les proporcions i mides de la casa estaven perfectament calculades. Les dues portes, dos grans cercles perfectes, tenien el perímetre EXACTE de $2\pi 10$ metres (imagineu si n'eren, de grans). No hi faltava ni un decimal, al perímetre! Un cop el 6 i el 3 van haver passat meravellats aquelles colossals portes d'or amb dibuixos i retrats del nombre π gravats en plata, es van trobar davant d'una meravella de l'arquitectura, una construcció que no hauria pogut dissenyar ni l'arquitecte humà més especialitzat de tots els temps. Es van trobar davant d'un edifici que es veia molt clarament que no l'havia pogut construir ningú més que el nombre π i alguns dels seus amics irracionals. Era un edifici molt difícil de descriure, perquè era la perfecció absoluta. Podríem intentar explicar-ho així, era una esfera gegantina buida per dins, i al igual que les portes, de proporcions i mides exactes. Desprenia la mateixa perfecció que el seu habitant, una perfecció que cap dels grans matemàtics i matemàtiques de tots els temps encara no havia sabut contemplar del tot, i que t'envaïa de felicitat. El palau estava tot envoltat per un jardí. Un jardí d'un verd pur, ple de gespa tallada tota a l'alçada de π . Un jardí amb moltíssims arbres on ocells de tota mena hi feien els nius. Un jardí on es sentia l'alegria i l'harmonia d'aquell lloc escoltant els cants d'aquells ocells i el poc vent que passava enmig de les fulles i branques dels arbres.

Durant uns minuts (aquest cop no van ser precisament 6), es van oblidar de què venien a fer allà. Només ho van recordar quan un nombre missatge els va venir a recollir tot anunciant-los que π els esperava per parlar amb ells. Es van dir que si el nombre π havia pogut construir tot allò, també sabia la resposta correcta al seu problema. I no estaven gens equivocats.

Els va rebre ell en nombre (no en persona) i els va dir: “Mira qui tenim aquí! Segons els grecs de les escoles pitagòriques, el nombre de la creació i el de l'harmonia!” referint-se al 6 i al 3, respectivament. “Benvinguts sigueu, nobles nombres, a casa meva”. El 6 i el 3 encara van tardar una estoneta a respondre, ja que estaven del tot meravellats amb el que veïen. L'aspecte del palau vist des de fora semblava insuperable i inigualable. Doncs bé, sí que es podia superar. Només calia mirar el seu interior. I aquest cop no el puc descriure perquè la bellesa que us podríeu imaginar no seria ni una infinitèsima part del que era en realitat. Així doncs, en lloc de perdre el temps intentant descriure l'impossible, tornem amb els nostres nombres, el 6 i el 3.

Els dos ja havien explicat al nombre π la seva aventura: el somni del nombre 6, com havien decidit esbrinar el misteri dels nombres triangulars, com havien parlat amb Fibonacci i aquest havia preferit que ho esbrinéssin ells sols, i finalment, com havien arribat fins a ell per demanar-li consell i per a que els ajudés a trobar la resposta. El cèlebre nombre π va escoltar-los molt atentament, i quan hagueren acabat, encara es va estar una estona en silenci abans de contestar que ell també pensava, com Fibonacci, que la millor manera d'entendre una cosa és descobrint-la tu mateix. Que ningú et pot ensenyar millor que l'experiència.

Es van sentir molt decebuts, pensaven que havien fet tot el trajecte en va i ja es disposaven a marxar quan π encara els va parlar: “Jo prefereixo que busqueu la resposta vosaltres sols, però us vull ajudar. Us dono el permís per quedar-vos al meu palau una setmana justa, ni una mil·lèsima de segon de més ni una de menys. Us deixaré una cambra i allà tindreu material i inspiració per resoldre el problema. Qualsevol nombre podria resoldre-ho en aquestes condicions. Ara, comença a comptar el temps.” Va marxar de la sala on havien estat i es van adonar que en realitat no era més que un dormitori, amb una gran taula circular i tres cadires precioses de color blanc, és a dir, de tots colors. Com devia ser llavors la sala d'estar d'aquell palau?

Els dos nombres s'havien quedat muts des de que π havia abandonat l'estança, però a la fi el 6 va trencar el silenci. Es va aixecar sigilosament de la seva cadira i, mirant cap al jardí des d'una finestra de l'habitació, li va dir al 3 que per què no començaven ja a esbrinar la solució, que ell tenia

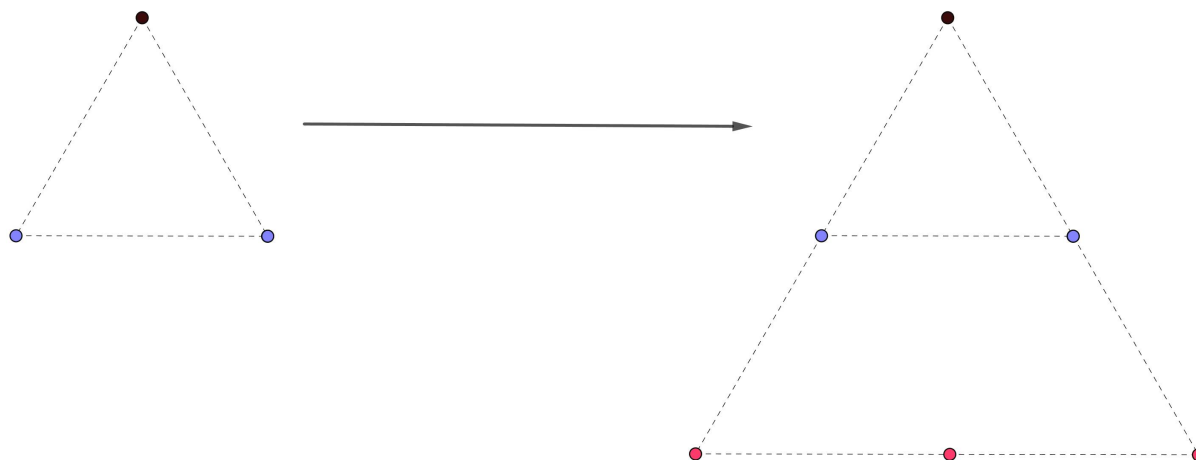
el malson del triangle cada nit i no podia dormir bé. I no podia dormir bé fins que trobés la resposta, d'això n'estava més que segur. El 3 hi va estar d'acord. Ell de repent també sentia moltes ganes de començar a investigar. Devia ser que aquell palau tenia una màgia especial per a que et vinguessin moltíssimes ganes d'esbrinar els grans secrets que tenen les matemàtiques i d'adorar-les més que mai.

El principal problema d'aquella estança era, sens dubte, la manca d'objectes sense cap corba. Tot era circular, esfèric, cilíndric... Hi havia tot tipus de formes, però cap amb línies rectes. Això era un gran problema perquè ells volien trobar resposta a un problema de triangles. Com més temps passava, més desanimats estaven, ja que no trobaven res que els pogués ajudar, cap pista, cap camí cap a la tan esperada solució. Ja estava vesprejant quan van decidir descansar una estona. El cap els bullia als dos de tant rumiar i van arribar a la conclusió de que en aquell estat no podien continuar pensant raonablement.

Així doncs, van començar a jugar amb unes bales que hi havia en un armariet de fusta perfectament polit i amb gravats de molts savis matemàtics de Grècia. Per descomptat, l'armari era cilíndric. Les bales esfèriques eren precioses, reflectien per tota la cambra l'escassa llum que encara entrava pels finestrans. "Llàstima que no siguin bales prismàtiques", es va lamentar el 3, "si no ara estaríem envoltats de petits arcs de Sant Martí". Però el 3 ràpidament es va obligar a no donar-hi més voltes perquè era obvi que amb bales prismàtiques no podrien jugar.

Van començar el joc, un al que acostumaven a jugar tots els habitants que vivien a la seva infinita ciutat anomenada NEEP (o Nombres Enters Estrictament Positius). El 6 i el 3 no eren especialment bons en aquest joc, però es divertien participant als tornejos que tenien lloc cada dia als múltiples parcs de NEEP. El joc tractava de tirar les bales des d'una distància igual al nombre de súbdits que tenies, ja que als nombres amb més súbdits els aclamava més gent i per tant es podia dir que tenien avantatge perquè estaven més animats. En aquest cas el 3 s'havia de col·locar a una distància de 2 unitats respecte a la primera bala llençada (els seus dos súbdits eren l'1 i el 3, ell mateix) i el 6 (els quatre súbdits del qual eren l'1, el 2, el 3 i ell mateix, el 6), a una distància de 4 unitats. Les unitats eren el menys important. L'objectiu era formar, amb les bales pròpies, un polígon regular de tants costats com el teu nombre indicava, a partir de la primera bala llençada fent que les bales llençades en fòssin els vèrtexs. Així doncs, el 6 havia d'intentar construir un hexàgon regular, i el 3, un triangle equilàter.

Va sortir el nombre 6 llençant la seva primera bala i després el 3 llençant la seva. Les dues bales inicials eren de color negre. Llavors van iniciar la partida. El 6 llançaria bales vermelles, i el 3, bales blaves. Els dos nombres es van col·locar a la distància assignada i van començar a tirar les seves bales amb moltíssima precisió. Com era bastant d'esperar, el 3 va enllestir la seva feina quan el 6 només passava per la meitat. Com que el 6 volia continuar jugant, li va proposar al 3 de construir un triangle equilàter encara més gran utilitzant tres bales més com a nova base. Li va oferir tres bales vermelles per a poder-ho fer. Així doncs, el 3 va crear un triangle amb sis bales com el que es veu en el dibuix.



Al 3 li va agradar, això de fer el triangle més gran, i va decidir agafar quatre bales vermelles més, posant-les com a nova base i composant així un triangle amb 10 bales. “És fàcil”, li deia el 3 al 6, “només has de posar cada vegada més bales a la base: exactament les que havies posat a la ronda anterior més una. És molt divertit!”.

El 3 continuava jugant sense adonar-se de que el 6 havia parat ja feia molta estona i es mirava amb molta atenció el seu “dibuix” fet amb bales. I és que havia observat que el nombre total de bales que formaven tots els triangles que havia creat el 3, eren sempre nombres triangulars. Primer l'1, després el 3, ell mateix, el 10, el 15, el 21... Tots i absolutament tots, sense excepció. “3!!!”, va exclamar el 6, “Hem resolt el misteri dels nombres triangulars! Un nombre triangular és el que obtenim sumant els n primers nombres naturals, i precisament amb aquest nombre de bales estas creant triangles equilàters!”. Li va explicar tot el que havia observat i es van dir que anirien com abans millor a veure el nombre π a exposar-li el seu descobriment, per comprovar si les seves suposicions eren certes.

D'aquesta manera, en arribar l'hora de sopar, van baixar emocionadíssims cap al menjador del palau i, un cop més, es van oblidar de tot el que hi venien a fer, doncs aquella estança era encara més harmoniosa i perfecta que el seu dormitori. Van pensar una altra vegada que aquella habitació era insuperable. Semblava que cada sala nova que veien d'aquell palau era més bonica que l'anterior. Es van asseure els dos a la infinitament llarga taula, on molts nombres, tant irracionals com racionals, conversaven animadament. Es van unir a les converses mentre esperaven el menjar tot mirant de cua d'ull si ja apareixia el nombre π .

I a la fi va comparèixer. No els va ser necessari cercar-lo, perquè es veia clarament qui era. Destacava entre tots els seus convidats i amics. Brillava d'una manera que ni el Sol ni la Lluna poden fer, ni cap de les moltes altres estrelles de l'univers. Era la perfecció de π , que il·luminava tota l'estança i que va fer emmudir totes les veus que segons abans havien estat parlant. Es va asseure en una majestuosa cadira arrodonada a tocar del 3 i del 6, i van començar tots a sopar. El menjar era deliciós. Abans de les postres, els dos nombres van aprofitar que tothom ja xerrava altre cop per a parlar-li al π dels seus descobriments. Li van narrar amb pèls i senyals tot el que els havia succeït aquella màgica tarda, i durant tota l'estona, l'irracional no va parar de somriure. I és que

realment havien trobat ells sols la resposta a l'enigma!

Així doncs, l'endemà d'aquell dia tan intens, el 3 i el 6 es van acomiadar melanconiosament del π i del seu meravellós palau, i se'n van tornar lentament i més feliços que mai cap a casa seva, cap a NEEP. Quan a la fi van arribar-hi, després d'unes quantes aventures més durant el camí de tornada, es van prometre que mai no deixarien d'investigar els més amagats secrets i tresors de les matemàtiques.