50a Olimpíada Matemàtica. Concurs Telemàtic SCM.

Enunciats, solucions, suggeriments

---

0. (problema de 2 punts.)
En una competició de resolució de problemes es proposen 20 qüestions, cadascuna de les quals s'avalua amb 2 punts, 0 punts o -1 punt. Quin és el mínim nombre de participants que hi ha d'haver per assegurar que, si més no, dos tindran la mateixa puntuació?

Resposta: 61
A priori hi ha 61 puntuacions possibles, $\{-20, -19, \cdots, ..., -1, 0, 1, ..., 39, 40\}$ però no totes es poden aconseguir. Sí que es poden aconseguir totes les negatives (per obtenir $-m$ es pot fer, per exemple, fallant m respostes i deixant les altres en blanc) i el 0 (per exemple deixant totes les respostes en blanc). No es poden aconseguir 39 punts, però sí totes les altres puntuacions positives (s'aconsegueix $2p$ amb p preguntes encertades i la resta en blanc i s'aconsegueix $2p-1$ si $p < 20$ amb p preguntes encertades i 1 errada.)
És a dir, que hi ha 60 puntuacions factibles diferents i, doncs, calen 61 participants per assegurar que alguna puntuació es repetirà.

Suggeriments
Podeu estudiar les variacions següents del problema:

- 3 punts, 0 punts i -1 punt amb p preguntes
- b punts, 0 punts i -1 punt amb p preguntes
- b punts, 0 punts i $-m$ punts amb $m < b$ i amb p preguntes

---

1. (problema de 2 punts.)
Un dau cúbic perfectament equilibrat té N cares marcades amb el número 1 i $6-N$ cares marcades amb el número 2. El tirem sis vegades successivament. Quina és la probabilitat que en dues o més tirades consecutives aparegui el mateix número?

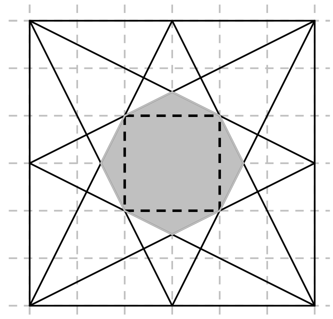
Resposta: $1 - 2\left(\frac{N}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{6-N}{6}\right)^3$
L'esdeveniment contrari només té dos casos favorables: $\{1, 2, 1, 2, 1, 2\}$ i $\{2, 1, 2, 1, 2, 2\}$. Tot i que en aquest joc la probabilitat de cada cas possible no és la mateixa, sí que ho és per cadascun d'aquests dos casos, i és $c = \left(\frac{N}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{6-N}{6}\right)^3$ i la probabilitat demanada és, doncs, $p = 1 - 2c$.

Suggeriments
Us animem a compartir variacions de l'enunciat o camins alternatius de solució.
Amb 6 tirades es podria pensar en resoldre el problema "directament", és a dir analitzant cas a cas totes les possibilitats favorables, però si pensem en més tirades veiem clarament l'interès de pensar en l'esdeveniment contrari.

---

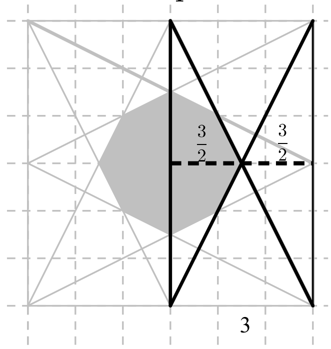
2. (problema de 3 punts.)
Es considera un quadrat de costat 6 cm i des del punt mitjà de cada costat es tracen dos segments que l'uneixen amb els vèrtexs del costat oposat. Així queda determinat un octògon. Quina és, en cm^2, l'àrea d'aquest octògon?

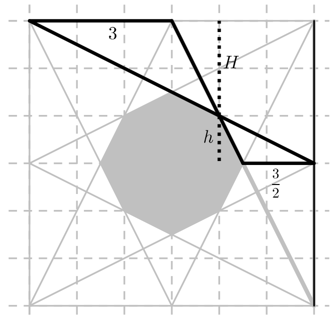
Resposta: 6



Una primera idea, que no hem de descartar mai, és fer un dibuix acurat "en paper quadriculat". Veiem que l'octògon es pot descompondre en un quadrat de costat 2 i quatre triangles isòsceles de base 2 i altura $\frac{1}{2}$, cadascun dels quals té àrea $\frac{1}{2}$ i l'àrea de l'octògon és, doncs, $4 + 4 \cdot \frac{1}{2} = 6$.

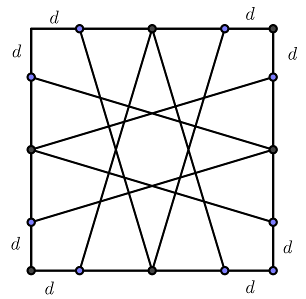
És clar que una manera de contrastar que les mesures que acabem de "veure" són del tot correctes és la geometria analítica. Si posem un sistema d'eixos adequat i aprofitem la simetria del problema trobarem de seguida les mesures que interessen.
Però també podem fer-ne una deducció geomètrica. Vegeu les figures següents. En la primera veiem dos triangles iguals i així deduïm una distància. En la segona figura veiem dos triangles semblants; a partir de la deducció anterior ens podem fixar que una base és doble que l'altra i, doncs, el mateix passarà amb les altures. Serà $H = 2h$ i com que $H + h = 3$ se'n dedueix que $h = 1$.





Així queda del tot validat el càlcul que hem exposat anteriorment. L'àrea és 6 cm^2.

Suggeriments



Si voleu fer algun comentari sobre el fet que l'octògon que resulta no és regular, malgrat la simetria del problema, o bé proposar algun camí de solució alternatiu o variacions de l'enunciat, endavant!
El dibuix adjunt proposa una generalització de l'enunciat.

3. (problema de 2 punts.)
Es calculen les solucions (x, y, z) de l'equació $xyz + 3xy - 3xz - 9x = A$ per a les quals x, y i z són nombres enters. De totes aquestes solucions, quin és el valor positiu més petit que pot tenir $x + y + z$?
(en funció de la contrasenya, A podia prendre els valors 2013, 2014 o 2015)

Resposta: per $A = 2013$, 27; per $A = 2014$, 14; per $A = 2015$, 13
Podem descompondre $xyz + 3xy - 3xz - 9x = x(yz + 3y - 3z - 9) = x(y - 3)(z + 3)$. Per tant les solucions enteres de $x(y-3)(z+3) = A$ aniran associades a les descomposicions en tres factors de A. És més, si prenem la descomposició $A = a \cdot b \cdot c$, sigui el que sigui l'ordre en què agafem els tres factors per a obtenir els valors (x, y, z) de la solució, es compleix que $x + y + z = a + b + c$. Per exemple, si agafem $x = a$, $y - 3 = b$ i $z + 3 = c$ serà $x + y + z = a + b + 3 + c - 3 = a + b + c$.
Els tres nombres 2013, 2014 i 2015 tenen la característica comuna que cadascun és el producte de tres nombres primers diferents.
$2013 = 3 \cdot 11 \cdot 61$, $2014 = 2 \cdot 19 \cdot 53$, $2015 = 5 \cdot 13 \cdot 31$.
Vist l'enunciat i el que hem comentat abans es tracta de buscar per quina descomposició de A en tres factors la suma dels tres factors és la més petita possible.
Vegem-ho per al 2013. Les descomposicions possibles són $3 \cdot 11 \cdot 61$, $1 \cdot 33 \cdot 61$, $1 \cdot 3 \cdot 671$, $1 \cdot 11 \cdot 183$ i $1 \cdot 1 \cdot 2013$ i cadascuna de les anteriors amb dos factors negatius. La suma positiva més petita s'obtindrà per una descomposició $a \cdot (-b) \cdot (-c)$ amb $a, b, c > 0$ de manera que a sigui el més petit possible i es compleixi $a - b - c > 0$. Això succeeix per la descomposició $61 \cdot (-33) \cdot (-1)$ i la suma que obtenim és 27.
Semblantment per a 2014 la descomposició que dóna solució al problema és $53 \cdot (-38) \cdot (-1)$ i per a 2015 hem de considerar $31 \cdot (-13) \cdot (-5)$.

---

4. (problema de 4 punts.)
El producte

$$\left(1 - \frac{4}{1}\right) \cdot \left(1 - \frac{4}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{4}{25}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 - \frac{4}{(2n-1)^2)}\right)$$

es pot expressar com una funció racional de n. Trobeu-la.

Resposta: $-\dfrac{2n+1}{2n-1}$
Podem escriure cadascun dels parèntesis, que és una diferència de quadrats, com diferència per suma i veurem que excepte el primer terme i el darrer tot se simplifica. Queda:
$(1-2)(1+2)(1-\frac{2}{3})(1+\frac{2}{3})\ldots(1-\frac{2}{2p-1})(1+\frac{2}{2p-1})(1-\frac{2}{2p+1})(1+\frac{2}{2p+1})\ldots(1-\frac{2}{2n-1})(1+\frac{2}{2n-1})$
que és

$$-1 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5} \cdot \ldots \cdot \frac{2p+1}{2p-1} \cdot \frac{2p-1}{2p+1} \cdot \ldots \cdot \frac{2n+1}{2n-1}.$$

Suggeriments
Hi ha un camí de solució alternatiu que us proposem d'estudiar.
Es tracta d'inferir quin és el resultat per als primers valors de n i demostrar-ho per inducció.
Si voleu enviar aquesta solució "ben escrita" o fer comentaris sobre quin dels dos camins de solució us sembla més oportú o fer altres reflexions sobre el problema, teniu a la pàgina web un formulari per enviar les vostres intervencions.

---

5. (problema de 7 punts.)
Demostreu que, si p, q i r són tres nombres primers diferents, aleshores els nombres $\sqrt[3]{p}$, $\sqrt[3]{q}$ i $\sqrt[3]{r}$ no poden ser termes (consecutius o no) de cap progressió aritmètica.

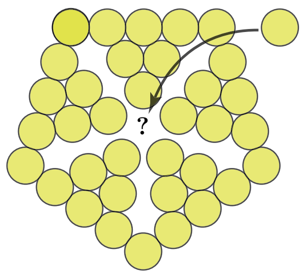
Lema (que tot i que potser és conegut, s'ha tingut en compte de manera positiva que se n'inclogués la demostració)
Si m és un nombre enter que no és un cub perfecte, aleshores $\sqrt[3]{m}$ és un nombre irracional. Per veure-ho, suposarem que $\sqrt[3]{m}$ és racional i arribarem a una contradicció. Podríem escriure $\sqrt[3]{m} = \dfrac{a}{b}$, com una fracció irreductible, és a dir que $mcd(a, b) = 1$. Serà $\dfrac{a^3}{b^3} = m$ i, doncs $a^3 = m \cdot b^3$. Com que m divideix a^3 i no és un cub perfecte, resulta que m divideix a i podrem escriure $a = m \cdot a_1$ i aleshores serà $m^3 \cdot a_1^3 = m \cdot b^3$ és a dir que $m^2 \cdot a_1^3 = b^3$ i aleshores, raonant semblant al que ja hem fet, veuríem que m divideix b. Per tant no seria $mcd(a, b) = 1$ i, doncs, no pot ser que $\sqrt[3]{m}$ sigui un nombre racional.

Si suposem que $\sqrt[3]{p}$, $\sqrt[3]{q}$ i $\sqrt[3]{r}$ són tres termes d'una progressió aritmètica de diferència d i suposem $p > q > r > 1$ cosa que no és cap restricció perquè l'enunciat diu que p, q i r són tres nombres primers diferents es podrà escriure $\sqrt[3]{p} - \sqrt[3]{q} = m \cdot d$ i $\sqrt[3]{q} - \sqrt[3]{r} = n \cdot d$ per a dos nombres naturals m, n. Equivalentment, podem escriure $\sqrt[3]{p} - \sqrt[3]{q} = k \cdot \left(\sqrt[3]{q} - \sqrt[3]{r}\right)$ per a un nombre $k > 0$, racional i, posant $k + 1 = s$, que serà $s > 0$, queda $\sqrt[3]{p} + k \cdot \sqrt[3]{r} = s \cdot \sqrt[3]{q}$. Veurem que amb aquesta suposició arribem a una contradicció.
Efectivament: elevant al cub aquesta darrera igualtat, simplificant i operant obtenim $3k\sqrt[3]{p^2 \cdot r} + 3k^2\sqrt[3]{p}\sqrt[3]{r^2} = R$ per a un nombre racional R, d'on $3k\sqrt[3]{p \cdot r} \cdot \left(\sqrt[3]{p} + k\sqrt[3]{r}\right) = R$ i, com que aquest darrer parèntesis és $s \cdot \sqrt[3]{q}$ resulta que ens queda $3k \cdot s \cdot \sqrt[3]{p \cdot q \cdot r} = R$ i també $\sqrt[3]{p \cdot q \cdot r} = S$ per a un cert nombre racional $S = \dfrac{R}{3k \cdot s}$, divisió vàlida perquè $k \cdot s \neq 0$. Però si p, q, r són nombres primers diferents aleshores $p \cdot q \cdot r$ no és un cub perfecte i, segons el lema, no pot ser un nombre racional.

La solució publicada l'aporta l'organització del concurs. Si algun concursant vol compartir la seva solució, ens ho pot indicar i si és adequat la publicarem.
Convé comentar que algunes de les solucions rebudes "es basaven" en què la suma de nombres irracionasl o el producte de nombres irracionals és irracional, cosa que no és certa i, naturalment, ha fet abaixar les puntuacions.

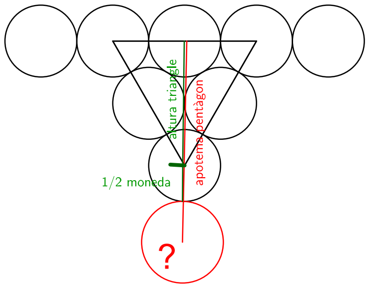
---

6. (problema de 4 punts.)
Disposem de 36 monedes, totes iguals, de diàmetre d. Primer formem un pentàgon regular amb cinc monedes cada costat. Després mirem d'omplir amb més monedes aquest pentàgon, de la manera més simètrica que se'ns acut, tot obtenint el disseny de la figura.
Per acabar volem completar el disseny encarregant a un joier que ens faci una nova moneda per posar al centre de la figura, que sigui tangent a les cinc que tindrà més a prop. Quin ha de ser el diàmetre d'aquesta moneda central?



Respostes:
- per al diàmetre 19,75 mm, resposta 20,57 mm
- per al diàmetre 22,25 mm, resposta 23,17 mm
- per al diàmetre 24,25 mm, resposta 25,25 mm
- per al diàmetre 23,25 mm, resposta 24,21 mm

Ho farem amb monedes de diàmetre 1. Aleshores el pentàgon té costat 4 i l'apotema fa $2\tan 54^\circ = 2{,}75276$. El triangle equilàter dels centres de les monedes d'un costat del pentàgon té costat 2 i altura $\sqrt{3} = 1{,}73205$ i, junt amb el radi 0,5 d'una moneda, fa 2,23205. Aleshores, el radi màxim d'una moneda que cap al centre del pentàgon és $2.75276 - 2.23205 = 0.52071$ i el diàmetre és $2 \cdot 0{,}52071 = 1{,}04142$.



Si el diàmetre de les monedes és d aleshores el diàmetre de la moneda central haurà de ser $1{,}04142 \cdot d$, que es demanava arrodonit al segon decimal per a uns valors concrets del diàmetre d, coincidents amb les mesures de monedes actuals.

Suggeriments

Algun altre camí de solució? Compartiu-lo!

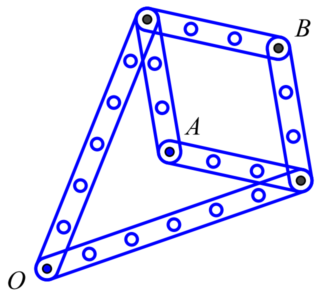
Heu pensat què succeeix amb algun altre polígon regular i el procediment d'omplir-lo de monedes? Expliqueu-ho!

---

7. (problema de 3 punts).

Amb sis peces de Mecano, dues de longitud b i quatre de longitud a hem muntat el dispositiu de la figura. Quin és el valor del producte de distàncies $OA \cdot OB$?

(En l'enunciat proposat en el concurs era $b = 2a$ i, en funció de la contrasenya, a prenia determinats valors numèrics.)



Resposta: $b^2 - a^2$

Amb la notació de la figura, hem de calcular la distància $OA \cdot OB = m \cdot (m + 2n) = m^2 + 2mn$.

Com que $ACBD$ és un rombe, les seves diagonals, és a dir AB i DC són perpendiculars.

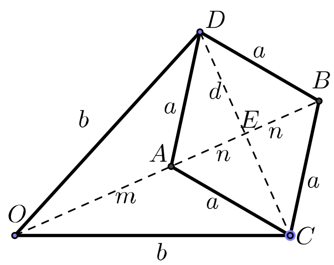
En el triangle rectangle OED tenim $b^2 = (m + n)^2 + d^2$.

En el triangle rectangle AED tenim $d^2 = a^2 - n^2$.

Si ara substituïm en l'expressió anterior obtenim

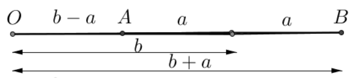
$b^2 = (m + n)^2 + a^2 - n^2 = m^2 + 2mn + a^2$

i, d'ací $OA \cdot OB = m^2 + 2mn = b^2 - a^2$.



Comentari i suggeriments

Segur que algú haurà pensat que, tal com està formulat el problema, "ha de succeir necessàriament" que $OA \cdot OB$ sigui un invariant, perquè no depèn de l'angle que formen les dues peces de longitud b que s'enganxen en el punt O i, per tant podem buscar una posició límit (totes les peces alineades) i aleshores trobem de seguida que el producte de distàncies és $(b + a) \cdot (b - a) = b^2 - a^2$.



És clar que amb el mecanisme d'aquest exercici la distància $OA \cdot OB$ és un invariant, com hem demostrat. Aquest mecanisme és conegut com a *Inversor de Peaucellier* i permet materialitzar una transformació del pla coneguda com a **inversió**. Si voleu llegir algunes consideracions sobre aquesta transformació podeu consultar un document de la segona jornada de l'Associació Catalana de GeoGebra (pàg. 10 i ss.):
`http://acgeogebra.cat/2jornades/comunicacions/goma/geogebra-i-materials.pdf`

---

8. (problema de 3 punts).
Calculeu tots els nombres reals x que són solució de lequació

$$\sin x + \cos x = 1 + 2 \sin x \cos x$$

Resposta (en radiants): $x = 2k\pi$**,** $x = \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi$ **i** $x = \dfrac{3\pi}{4} + k\pi$**, per a** $k \in \mathbb{Z}$

A partir de $\sin x + \cos x = 1 + 2 \sin x \cos x$ podem escriure

$$\sin x + \cos x = \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x$$

i, per tant, l'equació proposada equival a $\sin x + \cos x = (\sin x + \cos x)^2$.
Això implica que ha de ser $\sin x + \cos x = 1$ (eq.1) o bé $\sin x + \cos x = 0$ (eq.2).
Per resoldre (eq.1) elevem al quadrat i queda $\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 1$ és a dir $\sin x \cos x = 0$ i també $\sin x = 0$ o bé $\cos x = 0$ però com que hem elevat al quadrat hem d'anar amb compte amb l'aàlisi de les solucions.

- Si posem $\sin x = 0$ ha de ser $\cos x = 1$ i resulta $x = 2k\pi$ per a $k \in \mathbb{Z}$
- Si posem $\cos x = 0$ ha de ser $\sin x = 1$ i això ens dóna les solucions $x = \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi$ per a $k \in \mathbb{Z}$.

Si elevem al quadrat (eq.2) resulta $\sin^2 x = \cos^2 x$ que combinada amb $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ens porta a $\sin^2 x = \dfrac{1}{2}$.

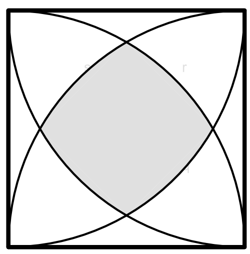
- Si posem $\sin x = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ ha de ser $\cos x = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ i, doncs $x = \dfrac{3\pi}{4} + k\pi$ per a $k \in \mathbb{Z}$
- També pot ser $\sin x = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ i $\cos x = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$, és a dir $x = -\dfrac{\pi}{4} + k\pi$ per a $k \in \mathbb{Z}$.

Les solucions de (eq.2) es poden resumir així: x= $\dfrac{3\pi}{4} + k\pi$ per a $k \in \mathbb{Z}$.

---

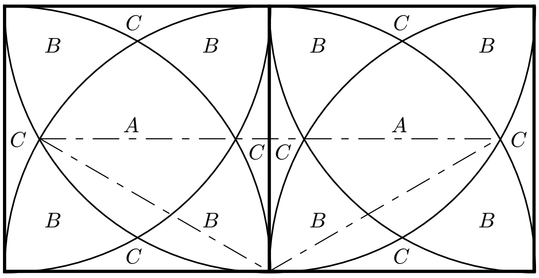
9. (problema de 7 punts.)
En un camp quadrat de 100 m de costat hi ha tancada una cabra. La cabra està lligada amb quatre cordes, cadascuna de 100 m de longitud, lligades per l'altre extrem a cadascun dels quatre vèrtexs del quadrat. Trobeu l'àrea accessible per a la cabra.

Resposta: $\left(\dfrac{\pi}{3} - \sqrt{3} + 1\right)$ Ha $\approx 3151.46\,\mathrm{m}^2$



L'àrea total del camp és 1 Ha i els arcs de cercle que delimiten la zona accessible per a la cabra (acolorida en gris en la figura) tenen radi 1 Hm.

A la figura següent hem juxtaposat dos camps com els de l'enunciat, cosa que ens ajudarà a plantejar un sistema lineal per resoldre el problema.



Vegeu com s'ha retolat cada zona en la figura; A és l'àrea que busquem.

- Una zona A, 4 zones B i 4 zones C componen tot el camp, 1 Ha.
- Una zona A, 3 zones B i 2 zones C componen un quadrant de cercle de radi 1 Hm.
- Dues mitges zones A, dues zones B i dues mitges zones C formen un segment circular, l'àrea del qual es pot trobar com un sector circular d'un terç de cercle de radi 1 Hm menys un triangle isòsceles d'angle 120° i altura 1/2 Hm.

Podem plantejar, doncs, aquest sistema:

$$\begin{cases} A + 4B + 4C = 1 \\ A + 3B + 2C = \dfrac{\pi}{4} \\ A + 2B + C = \dfrac{\pi}{3} - \dfrac{\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

que té solució

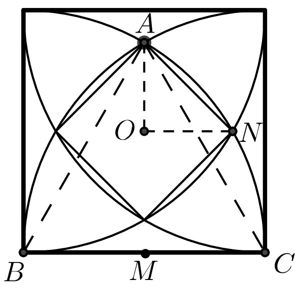
$$\begin{cases} A = \dfrac{\pi}{3} - \sqrt{3} + 1 \approx 3151.46\,\mathrm{m}^2 \\ B = \dfrac{\pi}{12} + \dfrac{\sqrt{3}}{2} - 1 \\ C = -\dfrac{\pi}{6} - \dfrac{\sqrt{3}}{4} + 1 \end{cases}$$

Més idees per a la demostració

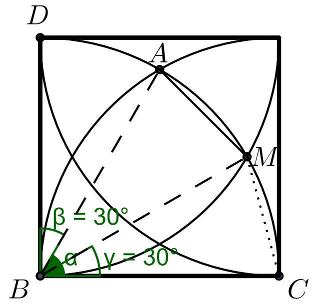
Alguns concursants han plantejat el mateix sistema anterior però la tercera equació la deduïen com l'àrea d'un triangle equilàter amb dos segments circulars juxtaposats (que es pot calcular sumant la de dos sectors circulars de 60° io restant-li la del triangle equiàter que, amb la suma anterior, havíem comptat dues vegades).

Altres concursants han descompost l'àrea A en un quadrat més quatre segments circulars, tots iguals. D'aquests, el jurat qualificador ha proposar fer esment especial de la solució aportada pèl concursant DH689BG (Roger Bergadà Batlles, Institut Maria de Bell-lloc, Bigues i Riells), de la qual en donem les idees principals, amb totes les referències a les distàncies en Hm.

Per trobar l'àrea del quadrat calculem la del triangle rectangle isòsceles AON i la multipliquem per 4. Tenim que $ON = AO = AM - OM$ i com que AM és l'altura del triangle equilàter ABC de costat 1 i OM és la meitat del costat del quadrat, tenim $ON = AO = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$. L'àrea del triangle AON és, doncs, $S = \left(\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}\right)^{/}$ 2 i la del quadrat que interessa és $4S = 2 - \sqrt(3)$



L'angle del sector circular MBA és de 30° perquè l'angle α de la figura és de 60° (és un angle del triangle equilàter ABC) i, per tant, l'angle $\beta = 90° - 60° = 30°$; per la simetria de la figura l'angle $\gamma = 30°$ i l'angle del sector és $90° - \beta - \gamma$. Per tant el sector és un dotzè del cercle de radi 1 i té àrea $\pi/12$.
El triangle ABM és igual que el triangle BMC que té base 1 i altura 1/2 i, doncs, àrea 1/4. L'àrea d'un dels quatre segments circulars que interessen és $\pi/12 - 1/4$ i la de tots quatre en conjunt $\pi/3 - 1/$



L'àrea de la zona accessibe a la cabra és $A = 2 - \sqrt(3) + \pi/3 - 1/ = \pi/3 - \sqrt{3} + 1$.

Naturalment, també es pot trobar el valor exacte de l'àrea mitjançant el càlcul integral. Per fer-ho així convé posar els eixos adequadament, escriure les equacions de les circumferències que delimiten l'àrea, buscar els punts d'intersecció i, per obtenir l'àrea A és recomanable calcular-ne la quarta part.

---

10. (problema de 7 punts.)

$$\sqrt[n]{a_1a_2...a_n} < \frac{1}{n}\left(\sqrt{1+a_1a_2} + \sqrt{1+a_2a_3} + ... + \sqrt{1+a_na_1}\right)$$

Escrivim el producte de dins de l'arrel n-sima de la manera següent:

$$a_1a_2a_3...a_n = (\sqrt{a_1}\sqrt{a_2})(\sqrt{a_2}\sqrt{a_3})...(\sqrt{a_{n-1}}\sqrt{a_n})(\sqrt{a_n}\sqrt{a_1})$$

Llavors si posem $b_1 = (\sqrt{a_1}\sqrt{a_2})$, $b_2 = (\sqrt{a_2}\sqrt{a_3})$, ..., $bn - 1 = (\sqrt{a_{n-1}}\sqrt{a_n})$ i $bn = (\sqrt{a_n}\sqrt{a_1})$ tindrem $\sqrt[n]{a_1a_2...a_n} = \sqrt[n]{b_1b_2...b_n}$.
Podem aplicar la desigualtat de la mitjana geomètrica més petita o igual que l'aritmètica i ens quedarà

$$\sqrt[n]{b_1b_2...b_n} \leq \frac{1}{n}(b_1 + b_2 + ... + b_n).$$

Ara bé, com que (posant $a_{n+1} = a_1$), cada terme $bj = \sqrt{a_ia_j} < \sqrt{1+a_ia_j}$ queda demostrada la desigualtat proposada, sempre estricta, amb $<$.

A més es pot observar que la desigualtat no és òptima ja que podríem disminuir el terme de la dreta reemplaçant cada terme de la forma $\sqrt{1+a_ja_{j+1}}$ per $\sqrt{a_ja_{j+1}}$ llevat d'un que deixaríerem com apareix a l'enunciat, és a dir amb el nombre 1.
