49a Olimpíada Matemàtica.
Concurs Telemàtic SCM.

Problema 3. Problema de 2 punts

En el desenvolupament de l'activitat aquest problema es plantejava amb dades que depenien de la contrasenya. Tot seguit s'enuncia i es resol en general.

Enunciat.
Quants nombres enters compleixen la desigualtat $|A - |x|| \leq B$ si A i B són nombres enters que $A > B > 0$?

Una proposta de solució.

La desigualtat $|A - |x|| \leq B$ equival al sistema de les dues desigualtat següents: $A - |x| \leq B$ i $-B \leq A - |x|$.
La primera equival a $A - B \leq |x|$ és a dir que ha de ser $x \leq -(A - B)$ o $A - B \leq x$).
La segona equival a $|x| \leq A + B$ o sigui $-(A + B) \leq x \leq A + B$.
Perquè es compleixin alhora ha de ser $-(A + B) \leq x \leq -(A - B)$ o bé $(A - B) \leq x \leq (A + B)$. Cadascuna d'aquestes dues dobles-desigualtats les compleixen $A + B - (A - B) + 1 = 2B + 1$ nombres. La resposta del problema plantejat és, doncs $2(2B + 1) = 4B + 2$.

Observeu que la resposta no depèn del valor de A. En canvi si el problema es plategés per a $B > A > 0$ la resposta seria $2(A + B) + 1$).
