49a Olimpíada Matemàtica.
Concurs Telemàtic SCM.

Problema 1. Problema de 2 punts

En el desenvolupament de l'activitat aquest problema es plantejava amb dades que depenien de la contrasenya. Tot seguit s'enuncia i es resol en general.

Enunciat.
Els costats d'un triangle són a, b i x amb $a > b$. Digues quins són tots els valors de x que fan que el triangle sigui acutangle.

Una proposta de solució.

Estudiem primer el cas que x sigui el costat més llarg del triangle.
Un triangle rectangle de catets a i b té com a mesura de la hipotenusa $\sqrt{a^2+b^2}$. Per això, en aquets cas, si $x > \sqrt{a^2+b^2}$ el triangle serà obtusangle. Podem afegir "si i només si" perquè si $a < x < \sqrt{a^2+b^2}$ el triangle serà acutangle perquè l'angle oposat al costat x és agut, i com que és l'oposat al costat més llarg serà l'angle més gran del triangle i, per tant, tots tres seran aguts.
Vegem ara el cas que sigui a el costat més llarg.
El triangle serà rectangle per a $x = \sqrt{a^2-b^2}$. Si x és més curt que la distància anterior, l'angle oposat al costat a serà obtús i el triangle obtusangle. Si $x > \sqrt{a^2-b^2}$ l'angle oposat al costat a és agut i, raonant com abans podem dir que, mentre existeixi triangle, és acutangle.

Un resum que completa el problema.

Podem enunciar així com segueix les conclusions sobre la situació que planteja aquest problema.

Per a $x \leq a-b$ no existeix triangle
Per a $a-b < x < \sqrt{a^2-b^2}$ el triangle és obtusangle
Per a $x = \sqrt{a^2-b^2}$ el triangle és rectangle
Per a $\sqrt{a^2-b^2} < x < \sqrt{a^2+b^2}$ el triangle és acutangle
Per a $x = \sqrt{a^2+b^2}$ el triangle és rectangle
Per a $\sqrt{a^2+b^2} < x < a+b$ el triangle és obtusangle
Per a $a+b \leq x$ no existeix triangle
