

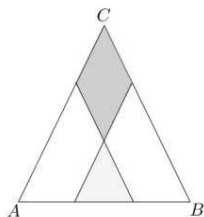
48a Olimpíada Matemàtica. Concurs Telemàtic SCM

Enunciat i una proposta de solució per al problema 7

En el desenvolupament de l'activitat aquest problema es plantejava amb dades que depenien de la contrasenya. Tot seguit s'enuncia i es resol en general.

Enunciat.

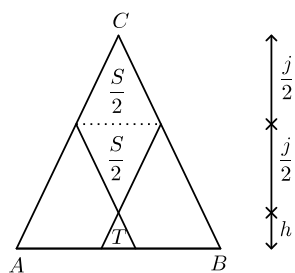
A partir d'un triangle isòsceles ABC , mitjançant paral·leles als costats, podem construir un rombe i un altre triangle isòsceles petit, com es pot veure a la figura.



Hem mesurat l'àrea del rombe, que és de S unitats d'àrea, i la del triangle petit, que és de T unitats d'àrea. Quina és la mesura de l'àrea del triangle ABC inicial?

Solució.

Mitjançant la diagonal "horitzontal" i el triangle ABC són semblants.



Si h, j són l'altura del triangle petit i la diagonal "vertical" del rombe, la raó de semblança entre el mig rombe i el triangle petit, que és l'arrel quadrada de la raó de les àrees, és $k = \frac{j/2}{h} = \sqrt{\frac{S/2}{T}}$ d'on resulta que $\frac{j}{h} = \sqrt{\frac{2S}{T}}$.

La raó de semblança entre el triangle ABC i el triangle petit és $K = \frac{j+h}{h} = \sqrt{\frac{2S}{T}} + 1$.

La raó de les àrees entre aquests dos triangles serà K^2 i l'àrea del triangle ABC serà $K^2 \cdot T$.

Si substituïm K pel seu valor i operem veurem que l'àrea demanada és $2S + T + \sqrt{8ST}$.
