

Mataró de problemes 2013. creamat/FEEMCAT/SCM

Enunciat i una proposta de solució per al problema 7

Enunciat.

Dos transbordadors surten al mateix moment de dos ports situats en marges oposats d'un riu. Suposarem que cada un dels transbordadors circula tota l'estona a la mateixa velocitat, però que un va més ràpid que l'altre. En la primera travessada del riu es troben a A metres de la riba més propera en aquell moment. Un cop arribats a port, a la riba oposada de la que han sortit, cada un dels transbordadors s'espera mitja hora i aleshores tornen al port de sortida. En la segona travessada del riu tornen a trobar-se, aquesta vegada a B metres de l'altra riba. Quina és l'amplada del riu?

Per als concursants l'enunciat es va donar per a valors numèrics concrets de A i B en funció de la contrasenya.

Resposta: $3A - B$.

La figura, on s'anomena x l'amplada del riu, mostra les distàncies recorregudes des del principi fins a la primera trobada i des de la primera trobada fins a la segona per cadascun dels transbordadors.

En cadascun d'aquets dos intervals cada transbordador circula exactament el mateix temps i, essent així, les distàncies recorregudes seran proporcionals a les velocitats que es mantenen constants.

Tenim doncs $\frac{x - A}{A} = \frac{A + x - B}{x - A + B}$. Si operem arribem a $x^2 - 3Ax + Bx = 0$ i, com que se suposa que hi ha riu no pot ser $x = 0$ i aleshores, simplificant, $x - 3A + B = 0$ i $x = 3A - B$.

