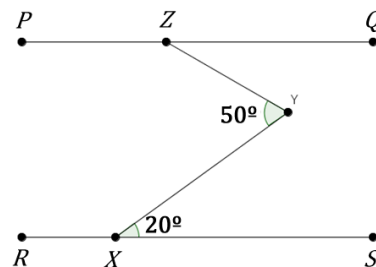




## Problemes proposats

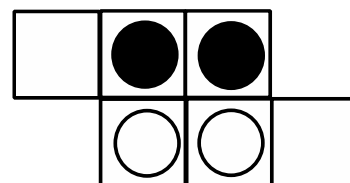
### 1. Rectes paral·leles

A la figura, les rectes  $PQ$  i  $RS$  són paral·leles i hi són indicades les mesures en graus de dos angles,  $ZYX$  i  $SXY$ . Quina és la mesura en graus de l'angle  $YZQ$ ?



### 2. Peces blanques i negres

A la figura es veu un tauler molt especial en el qual s'han col·locat dues peces blanques i dues negres. Un moviment consisteix a portar una sola peça de la casella en la qual es troba a una casella lliure adjacent, és a dir, que té un costat en comú amb la casella de sortida (per tant, la peça es pot moure lliurement en horitzontal o vertical, però no en diagonal). Heu de fer que les peces blanques acabin ocupant les caselles que actualment ocupen les peces negres i viceversa. Quin és el nombre mínim de moviments amb què es pot aconseguir aquest objectiu?



### 3. Noè i Matusalem

El 25 de maig de fa molts anys, l'edat de Noè era dos terços de l'edat de Matusalem. Si la diferència de les seves edats era de 666 anys, quants anys tenia aquell dia Matusalem?

### 4. Lletres i xifres

En la suma de la dreta, cada lletra representa una xifra entre 0 i 9. Lletres diferents representen xifres diferents. Quant val la suma dels diferents resultats que es poden obtenir (és a dir, la suma dels nombres GOOD que poden ser resultat de la operació)?

$$\begin{array}{r} \text{BAD} \\ + \text{BAD} \\ \hline \text{GOOD} \end{array}$$

### 5. La millor aproximació entera

Quin és el nombre enter més proper a  $100 \cdot (12 - \sqrt{143})$ ?

### 6. Dos cubs

Les mesures dels costats de dos cubs són nombres enters. A més, el nombre que expressa la suma dels volums dels dos cubs coincideix amb el nombre que expressa la suma de les mesures de tots els seus costats. Quant val aquest nombre?

### 7. Una seqüència llarga

Si substituïm  $n$  successivament per tots els nombres enters positius 1, 2, 3, 4, ... a l'expressió  $n^2 + 5n + 3$ , s'obté una seqüència de nombres. Quant val la diferència entre els termes 1006 i 1005 d'aquesta seqüència?

### 8. Els subconjunts

Quants subconjunts de 3 elements del conjunt  $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  hem d'escollir com a mínim per estar segurs de que cada parella de 2 elements de  $E$  està continguda en algun dels subconjunts escollits?

### 9. Dividint a 109

Existeixen alguns nombres enters positius de dues xifres que, quan dividim 109 per algun d'aquests nombres, el residu és 4. Quant val la suma de tots aquests nombres?

### 10. Quant val $x + y$ ?

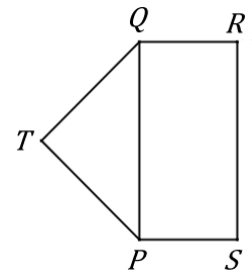
Si  $x, y$  són nombres enters positius que compleixen  $x > y$  i  $x + xy = 391$ , quant val  $x + y$ ?

### 11. Els cubs a les bosses

En una bossa tenim només 2 cubs vermells i 2 cubs blaus. En una altra bossa tenim 2 cubs vermells, 2 cubs blaus, i alguns de verds. Si traiem una parella de cubs de cada bossa, la probabilitat que surtin 2 cubs del mateix color és la mateixa en una bossa que en l'altra. Quants cubs verds hi ha a la segona bossa?

### 12. L'àrea del triangle

En la figura,  $PQRS$  és un rectangle i  $PTQ$  és un triangle rectangle isòsceles amb l'angle recte a  $T$ . El segment  $PQ$  mesura 4 cm i el segment  $QR$ , 3 cm. Quants centímetres quadrats mesura l'àrea del triangle  $PTR$ ?



### 13. Suprimint l'última xifra

Quants nombres enters positius compleixen la propietat que si es suprimeix l'última xifra (la de les unitats), s'obté un nombre que és  $1/14$  del nombre inicial?

### 14. Quatre enters consecutius

Existeixen quatre nombres enters positius consecutius que el seu producte val  $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 17$ . Quant val la suma de les xifres de les unitats dels quatre nombres?

### 15. La piràmide de la Cleo

A la figura veiem la "piràmide" que la Cleo ha dissenyat ajuntant quadrats de la mateixa mida: hi ha 5 nivells i la Cleo ha pintat de gris una piràmide interna de 3 nivells. La Cleo vol continuar el disseny fins a arribar a una piràmide de 32 nivells, pintant de gris tots els quadrats d'una piràmide interna de 30 nivells. Quan hagi acabat l'obra, quina serà la diferència entre el nombre de quadrats grisos i el nombre de quadrats blancs que veurà?

