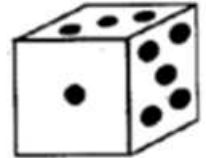

Promoció 20-22. Prova de selecció

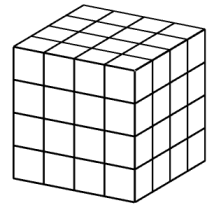
Primera fase. 3 d'octubre de 2020

1. En el dau de la figura les cares no estan posades com és habitual sinó que, connectant amb les que es veuen a la figura, dues parelles de cares oposades sumen 9 punts i l'altra parella de cares oposades suma 3 punts. A la figura es veuen 9 punts en total però quin és el màxim nombre de punts que podem veure alhora en alguna posició del dau?



2. En una piscina hi ha 2 «rellotges»: un marca el dia i el mes (per exemple 08:11 indica el dia 8 de novembre) i un altre marca l'hora i els minuts (per exemple 10:23 indica les 10 h i 23 minuts). La Marta va cada dia de l'any al matí a fer aigua de 9:30 h a 10:30 h. Quantes vegades a l'any els dos rellotges marcaran exactament el mateix mentre la Marta és a la piscina?

3. Amb cubs petits de fusta sense pintar i d'aresta 1 cm, formem un cub més gran d'aresta 4 cm. Ara pintem per fora el cub gran. Quina és la suma del nombre de cubs petits que no tindran cap cara pintada més el nombre de cubs petits que tindran exactament dues cares pintades?

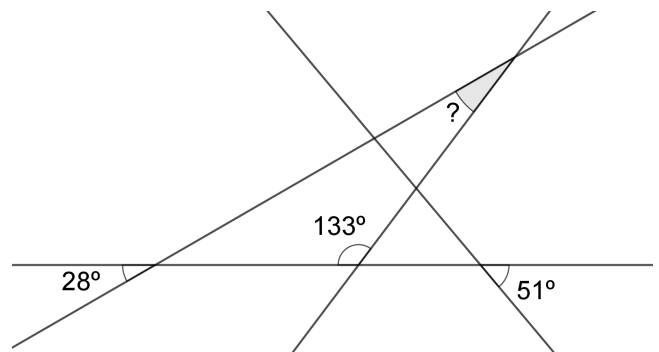


4. Quin és el nombre capicua més petit que les seves xifres sumen 47?

Recordeu que un nombre capicua és aquell que llegit d'esquerra a dreta i llegit de dreta a esquerra formen el mateix nombre, com per exemple 121, 4004 o 53935.

5. Sabem que una tassa plena de xocolata desfeta fins a la meitat pesa 440 g i plena fins a les $\frac{3}{4}$ parts pesa 520 g. Quants grams pesa la tassa buida?

6. Si coneixes les mesures de tres angles de la figura, un de 28° , un de 133° i un de 51° , calcula quina és la mesura en graus ($^\circ$) de l'angle ombrejat i indicat amb un interrogant.

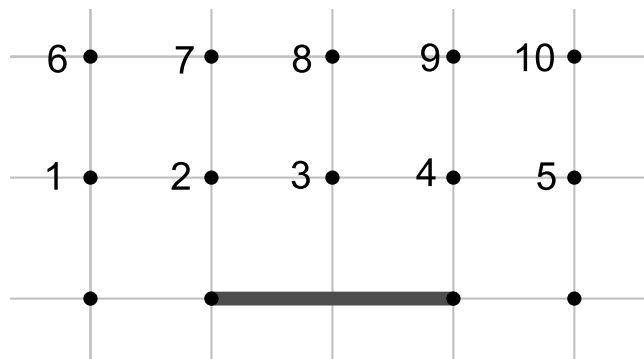


Atenció! En la figura els angles no hi estan dibuixats amb les seves mesures exactes, només ho heu de prendre com a orientació. Es tracta que raoneu quant fa l'angle indicat amb ?, no pas que el mesureu amb un transportador.

7. A la classe de llengua cada alumna ha d'escriure 8 redaccions que es puntuen de 1 a 6 punts cadascuna. Quan ja ha escrit 6 redaccions l'Anna té una mitjana de 3,5 punts. Quina hauria de ser la mitjana de les dues redaccions que encara ha de fer perquè la mitjana final global fos de 4 punts?

8. De manera semblant a la numeració de Mesopotàmia, 25 segles abans de Crist, en un planeta remot fan servir tres signes per a expressar els nombres: les unitats amb la **U**, les desenes amb la **T**, i les seixantenes amb la **S**. Els signes s'escriuen per ordre alfabètic, la numeració és additiva i sempre es fa servir la mínima quantitat possible de signes. Per exemple el nostre 14 s'escriu **TUUUU** i el nostre 81 s'escriu **STTU**. Com escriuries en aquest sistema de numeració el nostre 261?

9. Els punts de la figura són vèrtexs d'una quadrícula. Hi hem dibuixat un segment, que volem que sigui un costat d'un triangle isòsceles. Troba tots els punts on podria estar el tercer vèrtex del triangle isòsceles i calcula la suma de tots els nombres que apareixen en aquests possibles vèrtexs.



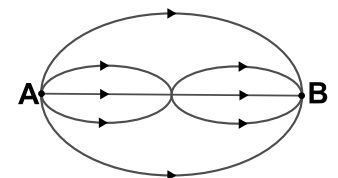
Atenció! Heu de tenir present que el segment dibuixat tan pot ser el costat diferent del triangle com un dels dos costats que han de ser iguals.

10. La diana del dibuix té tres zones i cadascuna d'elles es puntua amb un nombre de punts, tots tres diferents. La Laia tira dos dards, tots dos dins de la diana i obté 17 punts. La Berta també tira dos dards a dins de la diana i obté 19 punts. En Pau obté 22 punts amb dos dards en dues franges diferents. Quants punts s'obtenen si es tira un dard a la zona central, que és la de màxima puntuació?

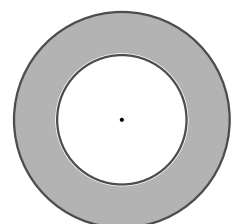


11. De la safata de lioneses que hi havia preparada per postres n'ha desaparegut una. Només se la poden haver menjat l'Alba, o en Bernat, o la Carla o en Daniel. Quan els ho pregunten, diuen: Alba: «*Jo no he sigut*». Bernat: «*Jo no he sigut*». Carla: «*Ha estat en Daniel*». Daniel: «*Ha estat en Bernat*». Sabem que de les quatre respostes, tres són certes i una es falsa. Qui s'ha menjat la lionesa que falta?

12. Quants camins diferents hi ha per anar des del punt **A** fins al punt **B**, seguint sempre el sentit de circulació donat per les fletxes?



13. Hem dibuixat dues circumferències del mateix centre. La petita té radi 2 cm i la gran radi 3. Quin és el resultat de dividir l'àrea de la corona circular (zona ombrejada) per l'àrea del cercle petit (blanc)?



Es demana que expressis el resultat com una fracció irreductible (és a dir, que no es pugui simplificar).

14. En un torneig de tennis s'han inscrit 35 persones. El torneig s'ha de jugar per eliminatòries, és a dir que quan un jugador perd un partit queda eliminat del torneig i ja no juga cap més partit. Dedueix quin és el nombre total de partits que s'han de jugar per arribar a determinar el guanyador.

15. Quines són les dues últimes xifres del resultat de calcular la potència 11^{2021} ?

16. Dels 60 alumnes que fan 1er d'ESO el 90% no porten ulleres. Curiosament, tots els que porten ulleres estudien francès. A la classe de francès els que no porten ulleres representen el 80% del total d'alumnes d'aquesta assignatura optativa. Quants alumnes hi ha a la classe de francès?

17. La bandera de senyals que pots veure a la figura s'ha dibuixat dividint cada costat en tres parts iguals i unint els punts de divisió amb el centre del rectangle. Quin serà el resultat si dividim l'àrea total negra per l'àrea total dels quatre triangles blancs?



18. El joc de «*Fora i al final*». En aquest joc es comença amb una pila de cartes numerades, posades per ordre creixent de la numeració. La primera es descarta i la segona es passa al final de la pila i així es va fent fins que queda una sola carta.

Un exemple amb 6 cartes. Tens una pila de 6 cartes numerades i ordenades així: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Comences descartant la primera carta, és a dir, l'1 i poses la segona carta, el 2, al final de la pila. Repeteixes el procés: descartes el 3 i col·loques el 4 al darrere de la pila, és a dir, darrere del 2. Ho vas repetint fins que queda una sola carta, que en aquest cas és el 4.

Quina carta et quedarà en aquest joc si comences amb una pila de 64 cartes, numerades de l'1 al 64 i ordenades 1, 2, 3, ..., 63, 64?

19. Si multipliquem quatre nombres naturals consecutius, el resultat sempre serà múltiple de 2, però també ho serà d'altres nombres. Quin és el nombre més gran del qual podem assegurar que el resultat del producte sempre serà múltiple?

20. Un cub està format per 27 cubs iguals; a l'exterior hi ha 54 cares dels cubs petits. Quin és el nombre màxim d'aquestes cares que podem pintar de color negre, de manera que no hi hagi dues cares pintades que tinguin un costat en comú?

