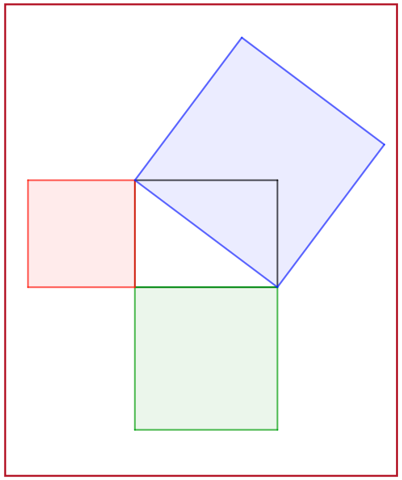
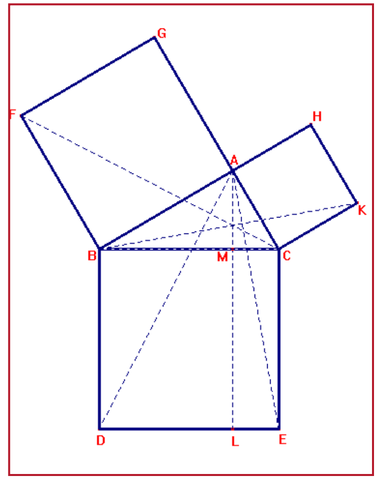
Barcelona, 5 d’octubre de 2019





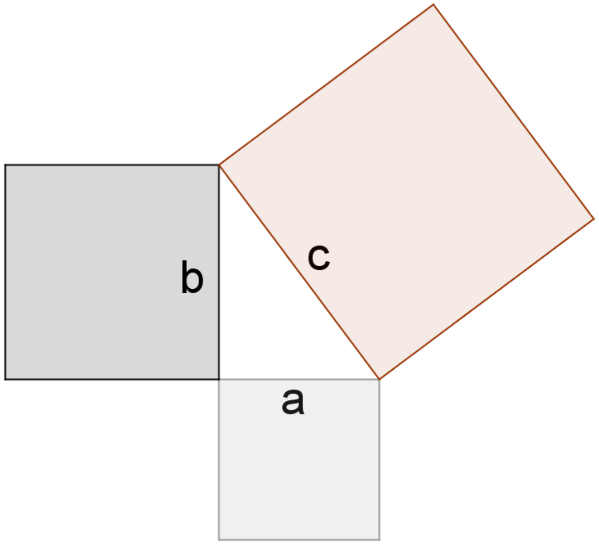
Pitàgores a la Xina i a l’Índia?

Iolanda Guevara Casanova
Departament d’Educació de la Generalitat de Catalunya;
Universitat Autònoma de Barcelona
iguevara@xtec.cat

La universalitat de l’activitat matemàtica: El teorema de Pitàgores

L’enunciat:

En un triangle rectangle la suma dels quadrats dels catets (els costats que formen l ‘angle recte) és igual al quadrat de la hipotenusa (l'altre costat).



$$a^2 + b^2 = c^2$$

la interpretació algebraica

la interpretació geomètrica

La universalitat de l'activitat matemàtica

Hi ha certes activitats fonamentals basades en l'entorn físic i social que són essencials per al desenvolupament del coneixement matemàtic. Comptar, localitzar, mesurar, dissenyar, jugar i explicar són activitats que es troben a totes les cultures del món i que tenen una importància capdal per al desenvolupament de la comprensió matemàtica.

Alan J. Bishop

Matemàtic, físic i professor emèrit d'Educació Matemàtica a la Universitat de Monash, Victoria, Austràlia.

La ciència moderna és essencialment internacional

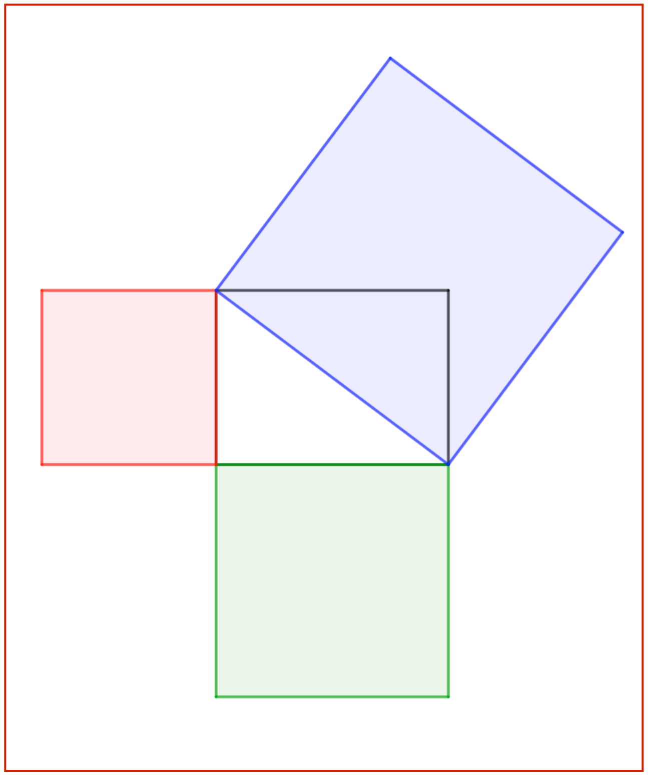
Està constituïda gràcies a les aportacions de totes les tradicions científiques del planeta.

Bioquímic i historiador de la Ciència. Pioner en els estudi de la Ciència i la Tecnologia Xinesa.

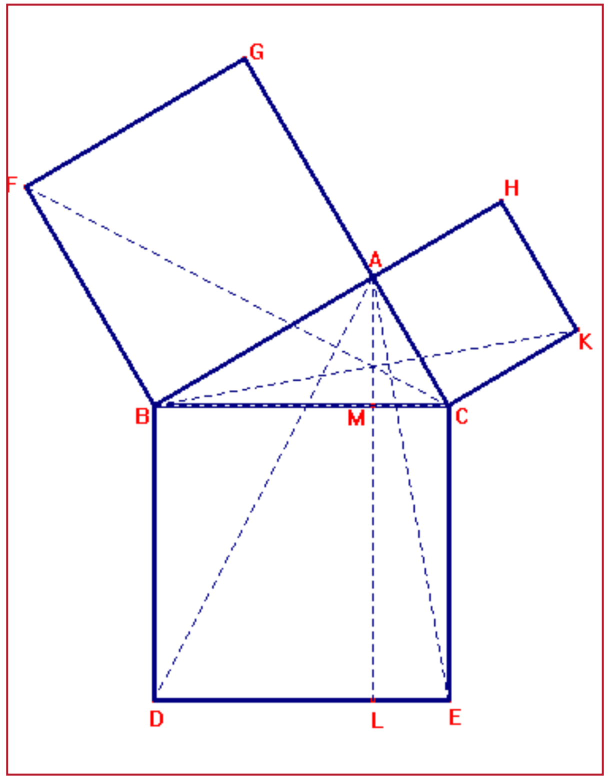
Escriu *Science and Civilisation in China*, un exhaustiu estudi del desenvolupament científic xinès.

Joseph Needham:
(Londres, 1900 - Cambridge, 1995)

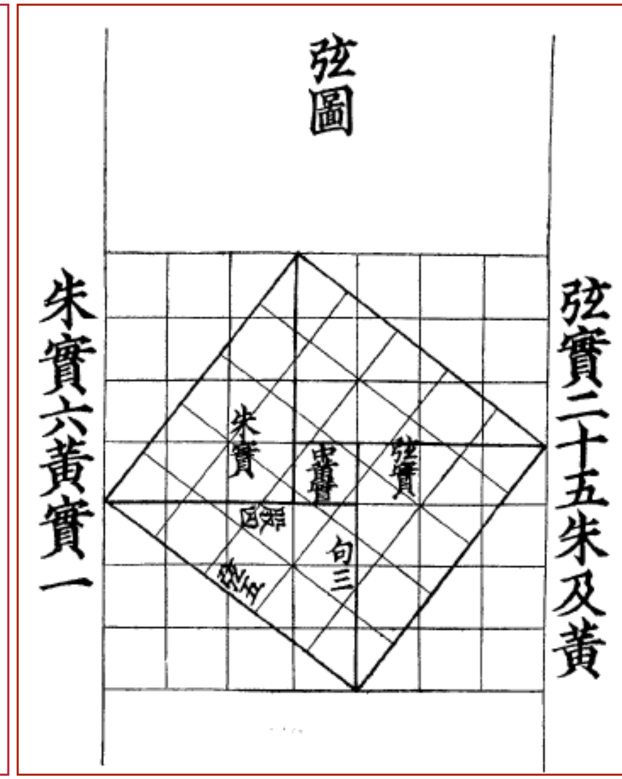
La universalitat de l’activitat matemàtica: El Teorema de Pitàgores



Sulbasutra de Baudahayana 800 aC.



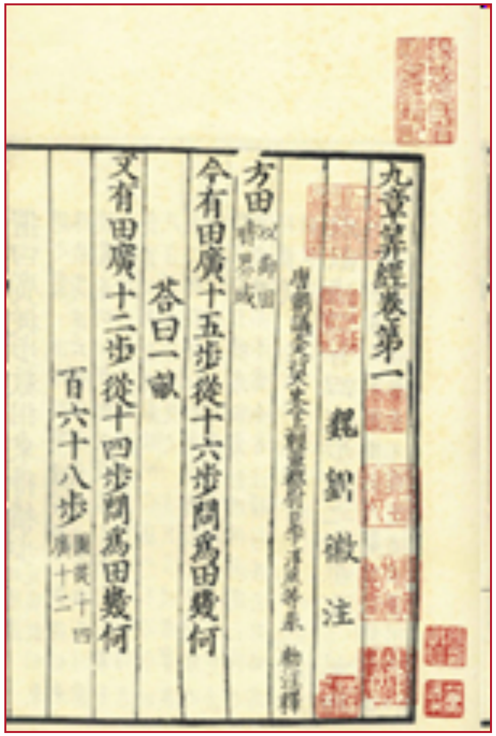
Els *Elements* d’Euclides 300 aC

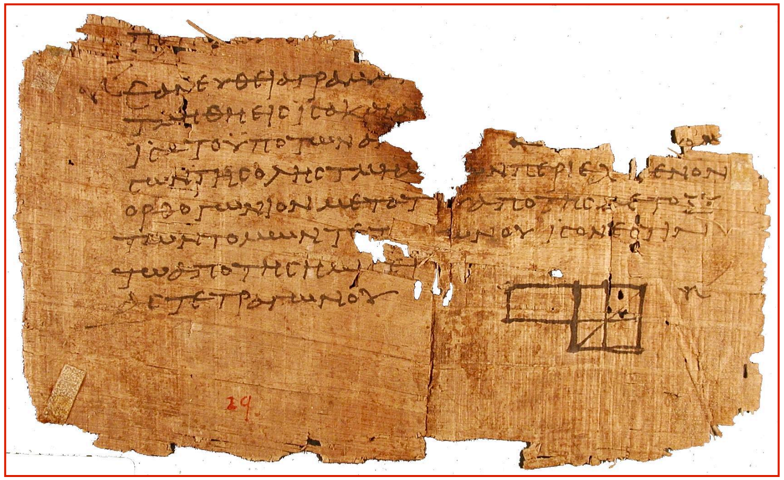


El *Gnòmon dels Zhou* s. I aC (?)

La universalitat de l'activitat matemàtica: El teorema de Pitàgores

Sulbasutra
de Baudahayana 800 aC





Els Elements
d'Euclides 300 aC

Els nou capítols
s. I aC

La universalitat de l'activitat matemàtica: Les demostracions del teorema

Bhaskara II
1114 - 1185

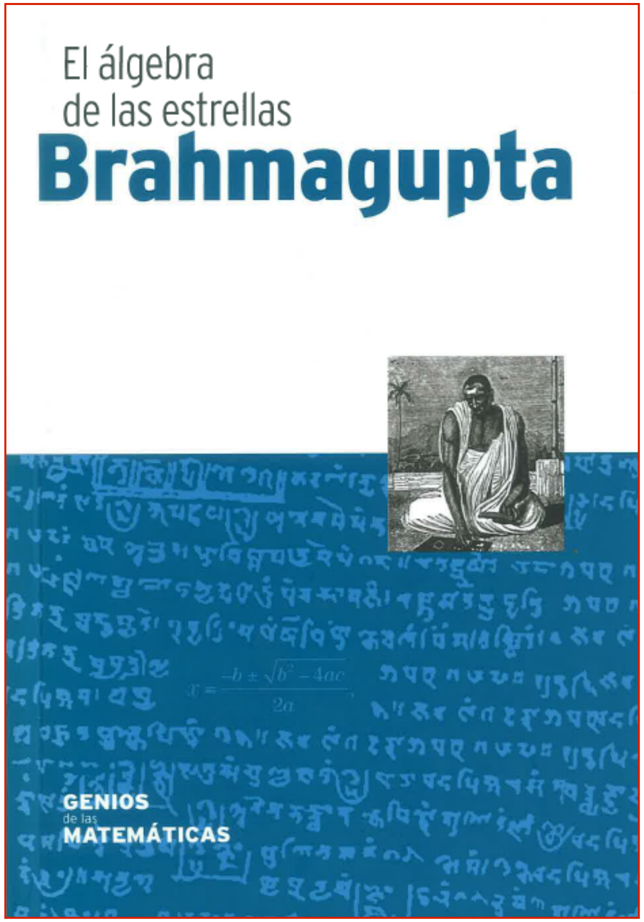
Euclides
300 aC

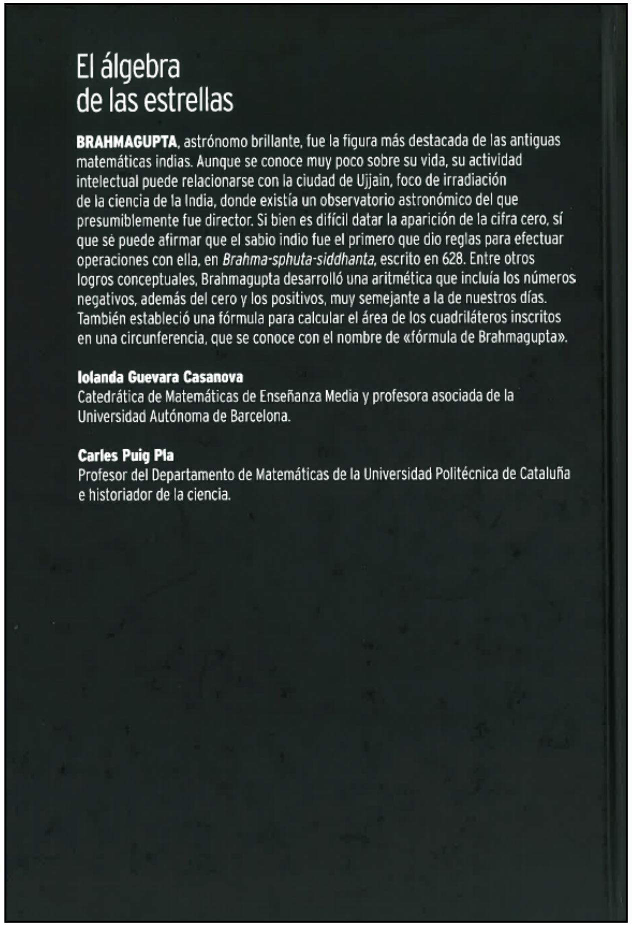
Liu Hui
220 - 280

Les matemàtiques a l'Antigua Índia

Petició de RBA: llibre sobre Brahmagupta

Col·lecció: Genios Matemáticos





El álgebra
de las estrellas

BRAHMAGUPTA, astrónomo brillante, fue la figura más destacada de las antiguas matemáticas indias. Aunque se conoce muy poco sobre su vida, su actividad intelectual puede relacionarse con la ciudad de Ujjain, foco de irradiación de la ciencia de la India, donde existía un observatorio astronómico del que presumiblemente fue director. Si bien es difícil datar la aparición de la cifra cero, sí que se puede afirmar que el sabio indio fue el primero que dio reglas para efectuar operaciones con ella, en *Brahma-sphuta-siddhanta*, escrito en 628. Entre otros logros conceptuales, Brahmagupta desarrolló una aritmética que incluía los números negativos, además del cero y los positivos, muy semejante a la de nuestros días. También estableció una fórmula para calcular el área de los cuadriláteros inscritos en una circunferencia, que se conoce con el nombre de «fórmula de Brahmagupta».

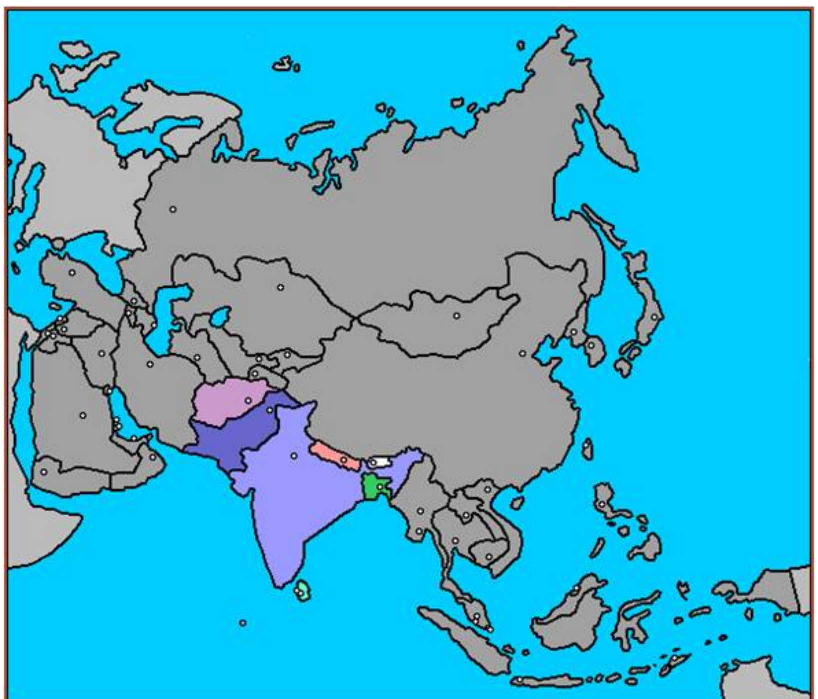
Iolanda Guevara Casanova
Catedrática de Matemáticas de Enseñanza Media y profesora asociada de la Universidad Autónoma de Barcelona.

Carles Puig Pla
Profesor del Departamento de Matemáticas de la Universidad Politécnica de Cataluña e historiador de la ciencia.

Les matemàtiques a l'Antigua Índia

Antiga Índia = Subcontinent indi

Índia, Nepal, Paquistà, Bangladesh i Sri Lanka

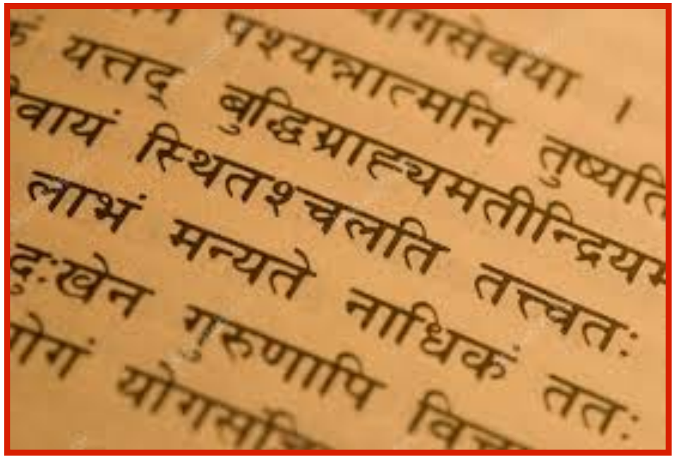


Activitat matemàtica a l'Antigua Índia

Època vèdica (1500 -500 aC)

Arribada dels aris des de les terres del Nord. Llengua sànscrita.

- Els *Vedes* (llibres sagrats) que inclouen pràctiques de contingut matemàtic, especialment en apéndices de los *Vedas* (*Sulbasutras*).
- Apareix la tradició lingüística de representar els nombres mitjançant paraules.



Vers sànscrit del *Bhagavad Gita*. Poema èpic del *Mahabharata*

Els *Sulbasutres*

Qui, quan i on

Baudhayana (800 aC aprox.)
Manava (750 aC aprox.)
Apastamba (600 aC aprox.)
Katyayana (200 aC aprox.)

Els *Sulbasutres* són textos antics de geometria relacionats amb la construcció d'altars (sulba = corda; sutra=vers). Eren apèndixs dels textos Vèdics que regien els rituals sagrats.

Els *Sulbasutres*

Qui, quan i on

Es coneix molt poc sobre els sulbakares (autors) Sembla que eren escribes, però també sacerdots artesans, els que construïen els vedis (altars pels sacrificis), mantenien els agni (focs sagrats) i instruïen els fidels en l'elecció dels sacrificis i el tipus d'altars.

Els textos s'han datat en relació amb altres textos, en base als continguts i a l'estil i gramàtica utilitzada.

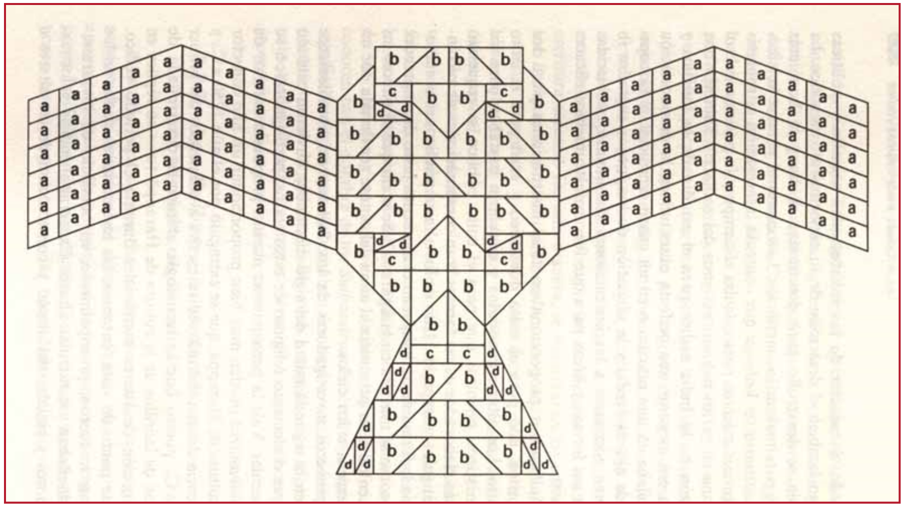
Els *Sulbasutres*

Perquè

Els textos dels *Sulba-sutres:*

- L'orientació
- La forma dels altars d'acord amb els llibres Vèdics sagrats.

Així:
Orientació -> Astronomia.
Formes -> Geometria.



Altar amb forma de falcó a punt d'emprendre el vol (George Gheverghese Joseph, 1991)

Els *Sulbasutres*

Com

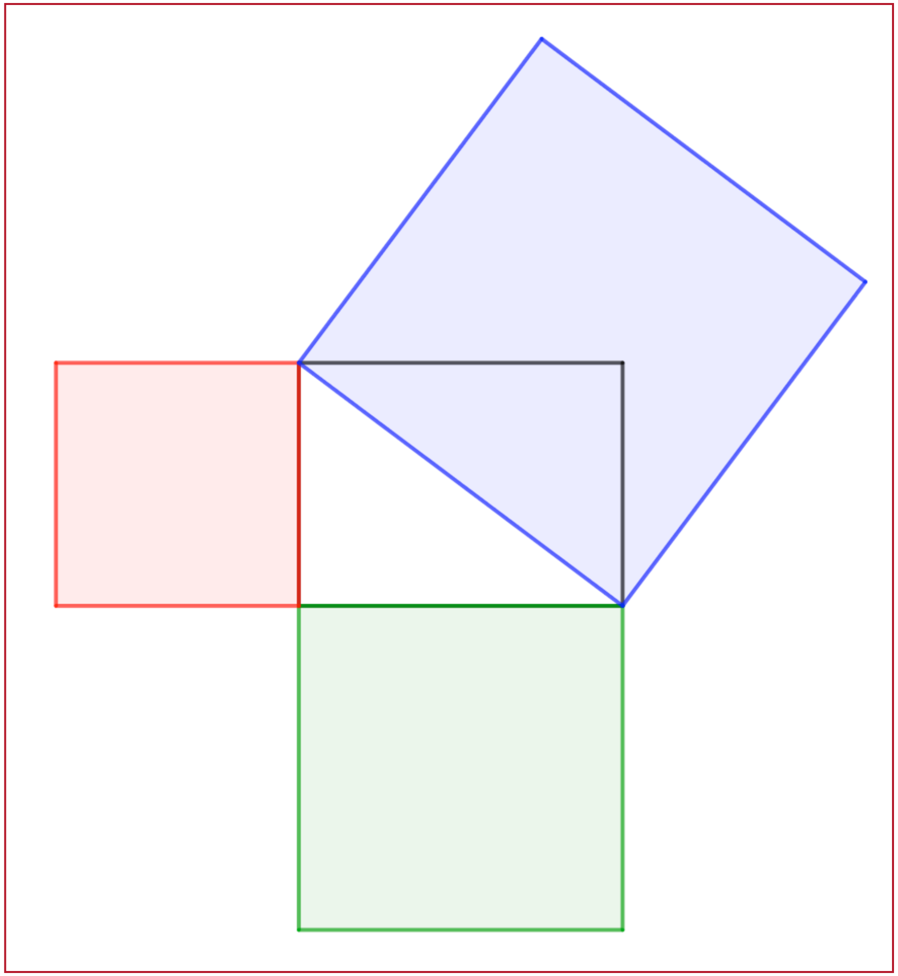
Descrivien construccions amb cordes sense descriure les cordes.

En les restes arqueològiques no s’han trobat imatges ni figures que indiquessin com eren les cordes. Ni tan sols sabem si les cordes tenien nusos o senyals marcades.

El que sí trobem són moltes instruccions sobre com treballar amb les cordes. Tot escrit en versos (*sutres).*

La relació entre els costats d'un rectangle i la seva diagonal

La soga que s'estén sobre la diagonal d'un rectangle produeix una àrea que és la que donen els costats vertical i horitzontal junts. (*Apastamba-sulba-sutra* 1.4, *Baudayana-sulba-sutra* 1.9, *Katyayana-sulba-sutra* 2.8) (Kim Plofker, 2009).



La relació entre els costats d'un rectangle i la seva diagonal

Baudayana diu que la relació es compleix en aquests casos, sense més explicacions

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$
$$12^2 + 5^2 = 13^2$$
$$15^2 + 8^2 = 17^2$$
$$7^2 + 24^2 = 25^2$$
$$12^2 + 35^2 = 37^2$$
$$15^2 + 36^2 = 39^2.$$

Ternes pitagòriques

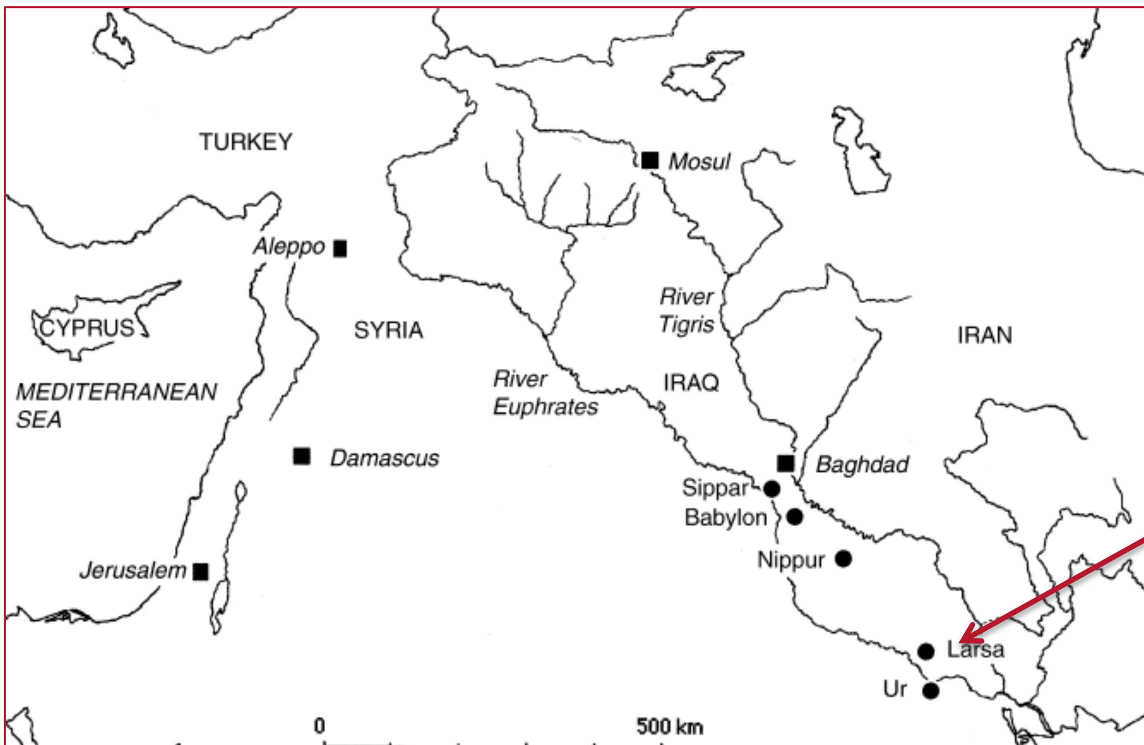
Ternes pitagòriques a la Plimpton 322

És una tauleta d'argila babilònica datada del segle XVIII aC. Aquesta tauleta està formada per 15 files i quatre columnes, escrites en xifres cuneïformes.

Diagonal, amplada, número d'ordre (Otto NEUGEBAUER, 1945)

Ternes pitagòriques a la Plimpton 322

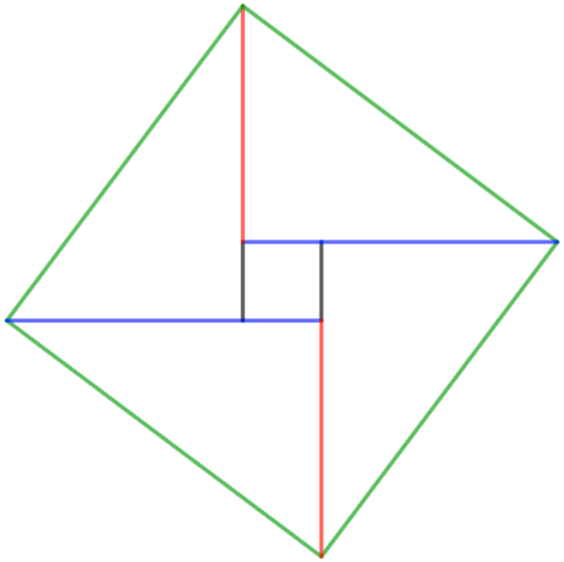
L'editor novaiorquès George Arthur Plimpton va comprar la tauleta a un distribuïdor arqueològic, Edgar J. Banks, cap al 1922, i la va legar amb la resta de la seva col·lecció a la Universitat de Columbia a mitjans dels anys trenta.

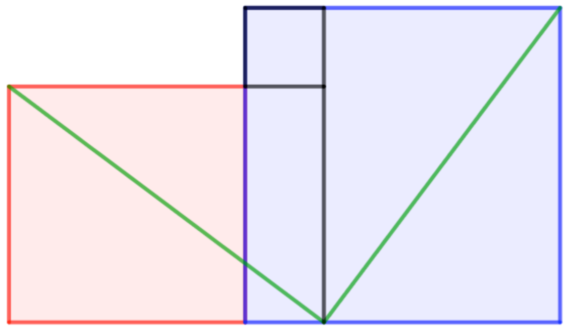


La tauleta provenia de Senkereh, un lloc del sud de l'Iraq corresponent a l'antiga ciutat de Larsa

La relació entre els costats d'un rectangle i la seva diagonal

Una demostració: Bhaskara II, matemàtic i astrònom hindú del segle XII

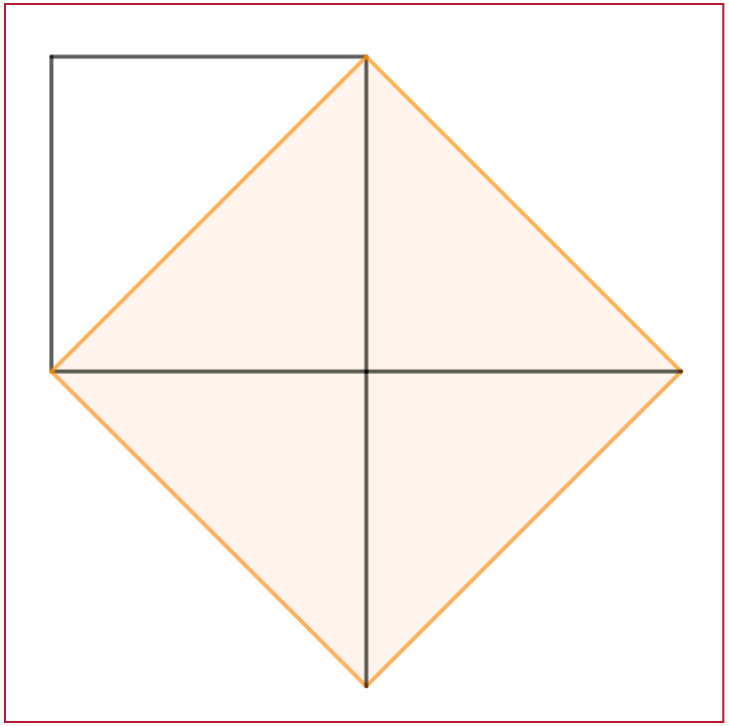




$$c^2 = (b-a)^2 + 4\frac{ab}{2} = (b-a)^2 + 2ab = a^2 + b^2$$

La relació entre els costats d'un quadrat i la seva diagonal

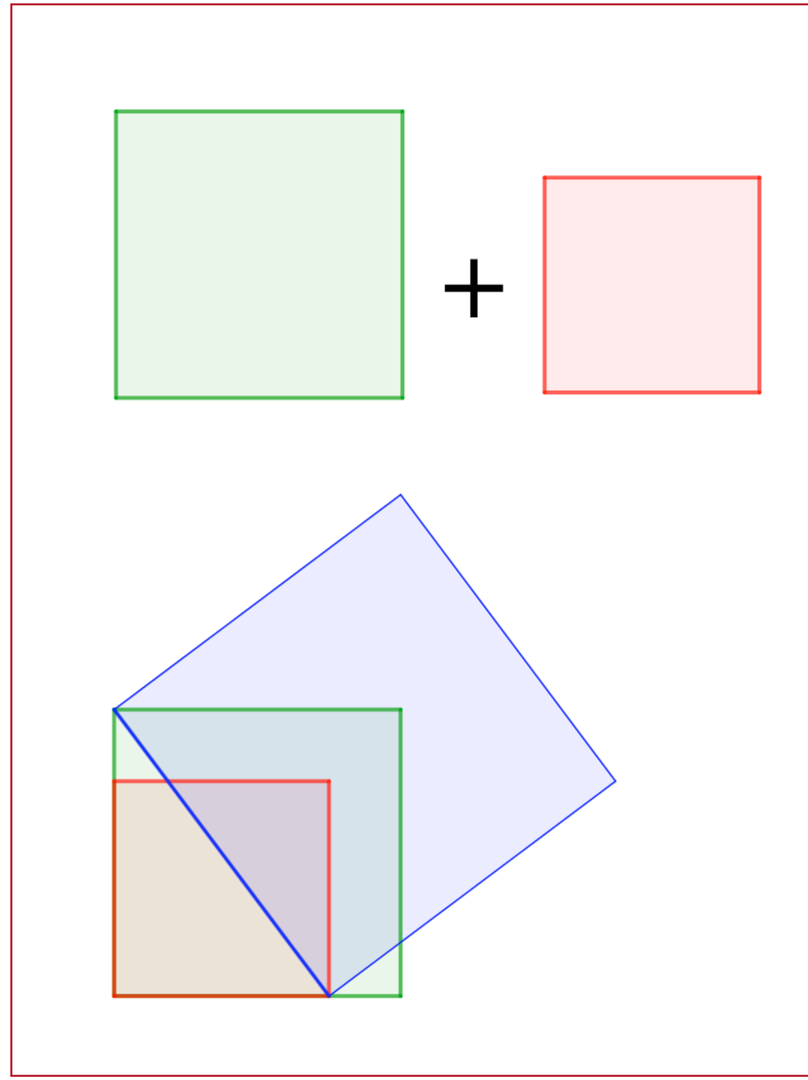
La soga que s'estén al llarg de la diagonal d'un quadrat produeix una àrea que és el doble de la del quadrat original. ApSS 1.4, BauSS 1.12)



Fusionar dos quadrats i obtenir un tercer quadrat

Talleu la part del més gran amb la mesura del petit. La corda [igual a] de la diagonal de la part [fa una àrea que] combina les dues. Així queda establert.

(*Apastamba-sulba-sutra* 2.4; similarly *Baudayana-sulba-sutra* 2.1; *Katyayana-sulba-sutra* 2.13) (Kim Plofker, 2009).

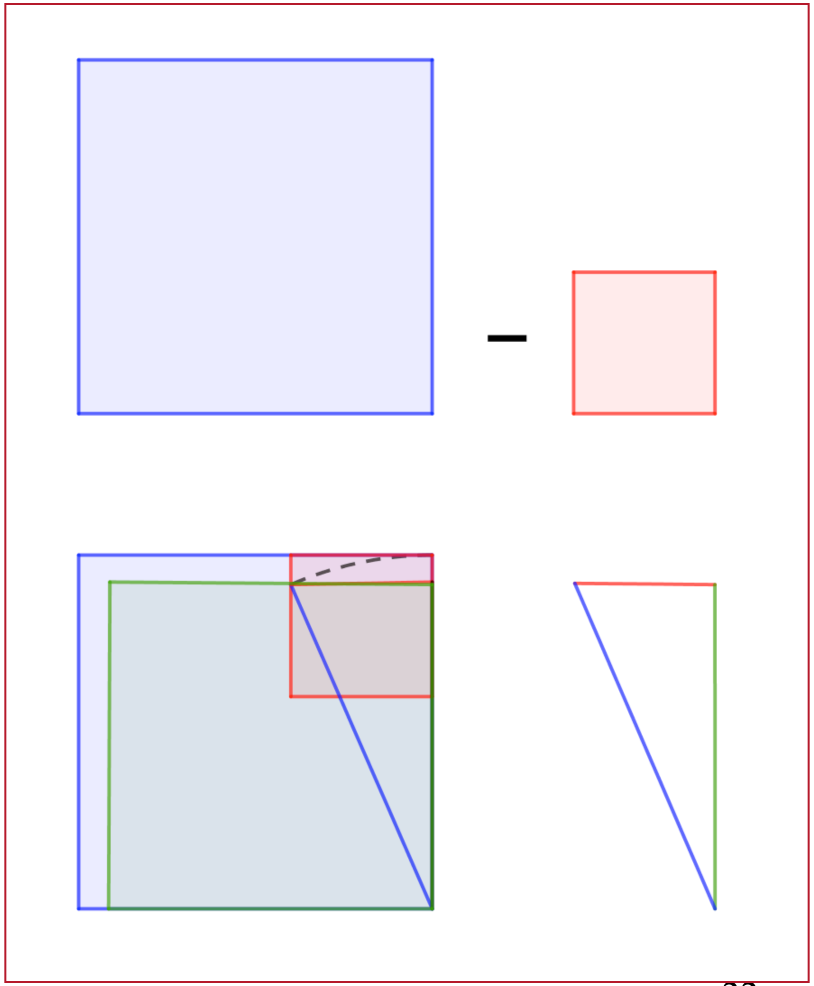


Treure un quadrat d'un altre quadrat

Talla una part de la més gran, tant gran com el costat del que s'ha de treure. Porta el costat [llarg] més gran [part] en diagonal contra l'altre [llarg] costat. Retalla aquest [altre costat] on cau. Amb el tall [el lateral es fa un quadrat igual a] la diferència.

(*Apastamba-sulba-sutra* 2.5; *Baudayana-sulba-sutra* 2.2; *Katyayana-sulba-sutra 3.1*)

(Kim Plofker, 2009).

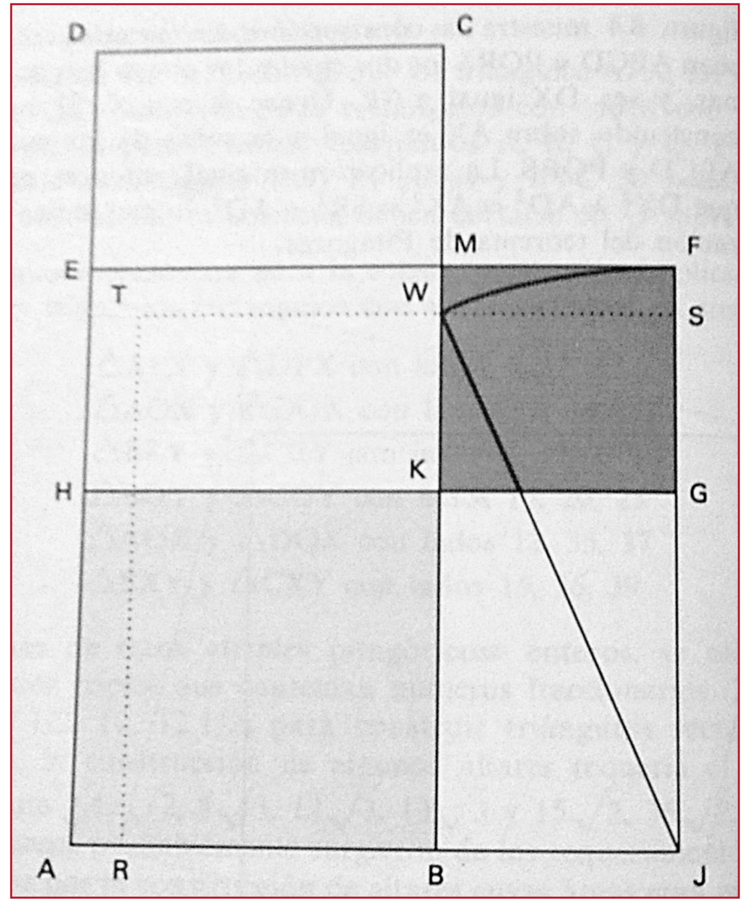


Quadrar un rectangle

Talleu un [un quadrat del rectangle] de la seva amplada, [i], la resta, poseu-la [les meitats] en dos costats [adjacents als quadrat].

Ompliu els elements que falten [una peça] amb un extra [quadrat]. La diferència [ja] està establerta.

(*ApSS* 2.7, *BauSS* 2.5, *KaSS* 3.2)

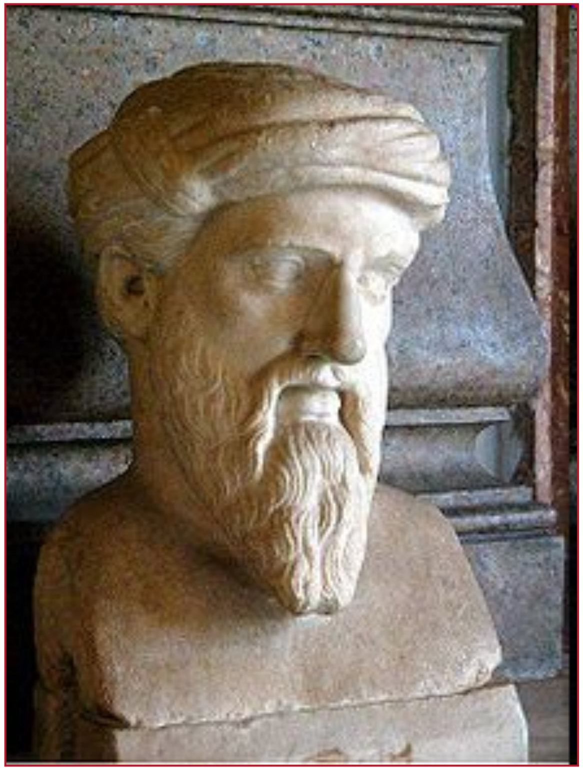


George Gheverghese Joseph (1991), *La cresta del pavo real*

L’antiga Grècia

Pitàgores de Samos

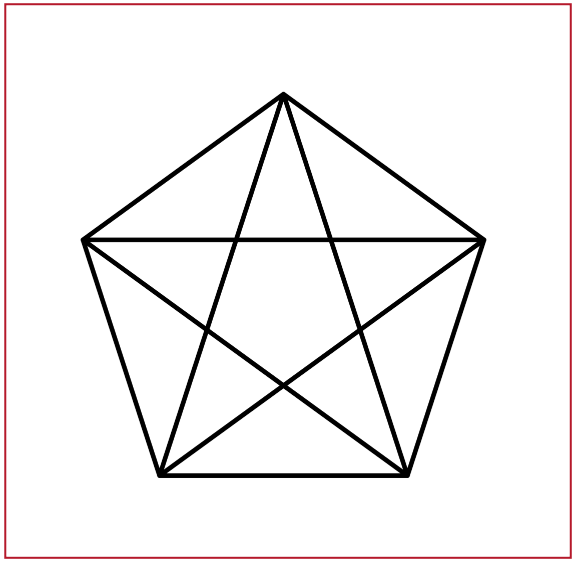
- Probablement, deixeble de Tales de Milet.
- Viatges a Egipte (més de 20 anys) Babilònia (12 anys) i Grècia.
- Estudia astronomia, geometria, aritmètica i música.
- S’estableix a Crotona (a la Magna Grècia), al sud d'Itàlia on funda l’escola pitagòrica.



Pitàgores de Samos
569 a.C. - 495 a.C. (aprox.)

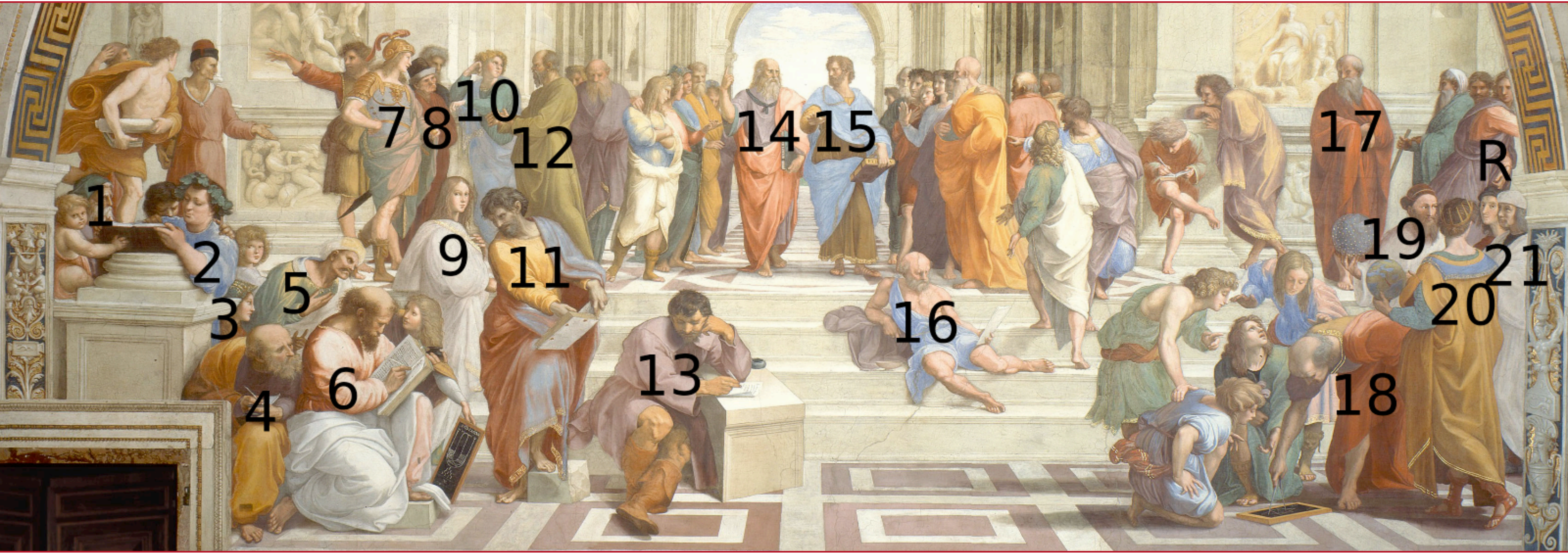
L'escola pitagòrica

- Una comunitat filosòfic-religiosa amb bases matemàtiques i filosòfiques.
- L'estructura de l'univers és aritmètica i geomètrica.
- El lema de l'escola pitagòrica: "tot és nombre" .
- Del fervor religiós al fervor intel·lectual, l'ús del raonament i de la definició.



El pentàgon pitagòric

L'Escola d'Atenes, de Rafael Sanzio (1483-1520)



1: Zenó de Cítion o Zenó d'Elea? — 2: Epicur — 3: Desconegut (Frederic II de Màntua?) — 4: Boeci o Anaximandre o Empèdocles? — 5: Averrois — 6: Pitàgores — 7: Alcibíades o Alexandre el Gran? — 8: Antístenes o Xenofont? — 9: Hipàtia (Francesco Maria della Rovere o l'amant de Rafael Margarida) 10: Èsquines o Xenofont? — 11: Parmènides? — 12: Sòcrates — 13: Heràclit (Michelangelo) — 14: Plató (Leonardo da Vinci) — 15: Aristòtil — 16: Diògenes — 17: Plotí? — 18: Euclides o Arquímedes amb estudiants (Bramante)? — 19: Estrabó o Zoroastre? (Baldassare Castiglione o Pietro Bembo) — 20: Ptolemeu — R: Apel·les (Rafael) — 21: Protògenes (Perugino).

Els XIII llibres dels *Elements*

Recull dels coneixements matemàtics de diferents escoles gregues.

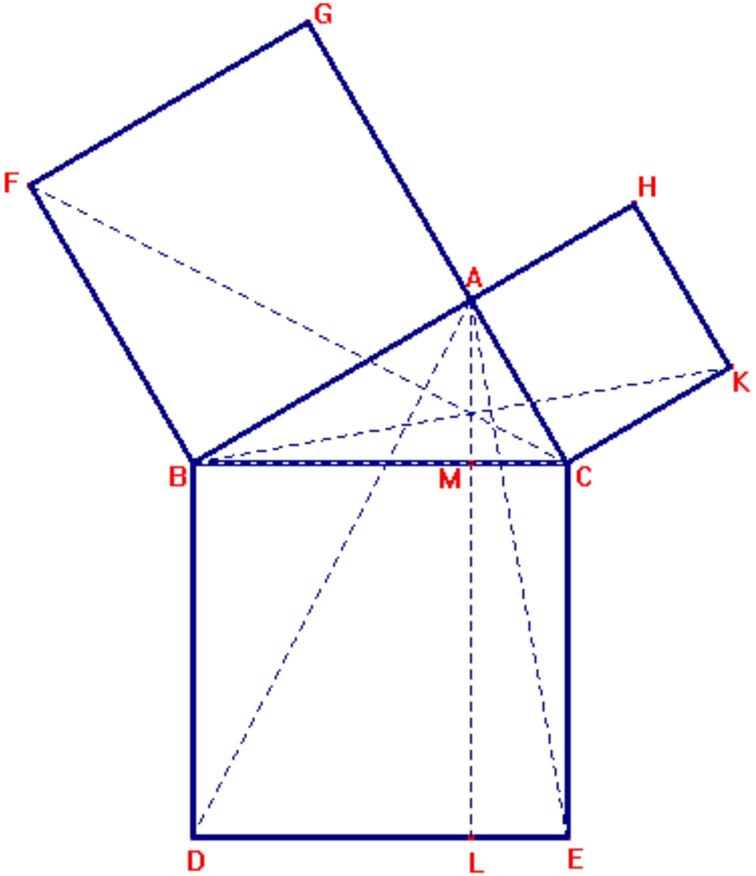
Euclides, segons l'edició d'Andrew Tacquet (1727)

I-VI: Geometria plana
VII-IX: Aritmètica
(o teoria de nombres)
X: Els incommensurables
XI–XIII: La geometria dels sòlids

Mètode axiomàticodeductiu:

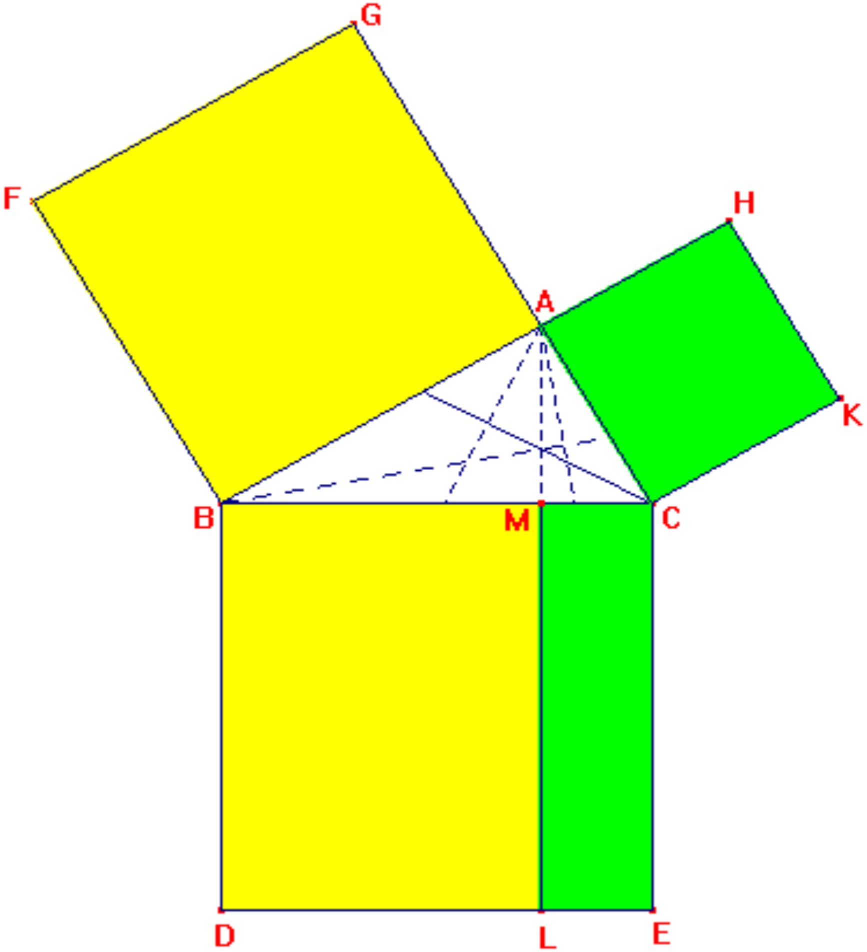
- Axiomes i/o postulats
- Definicions
- Proposicions, seguides de la demostració

L'enunciat de la Proposició (I,47)



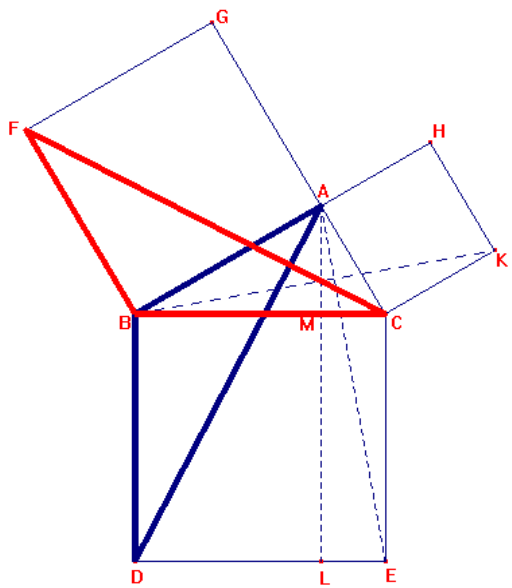
- *En els triangles rectangles, el quadrat sobre el costat que correspon a l'angle recte és igual als quadrats sobre els costats que formen l'angle recte.*

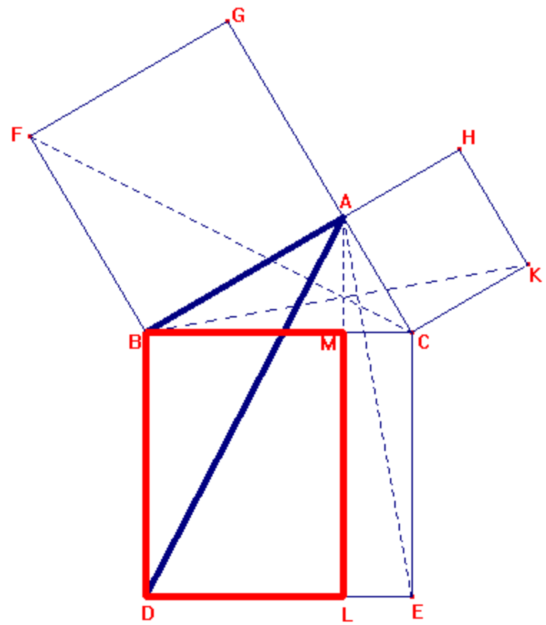
La demostració

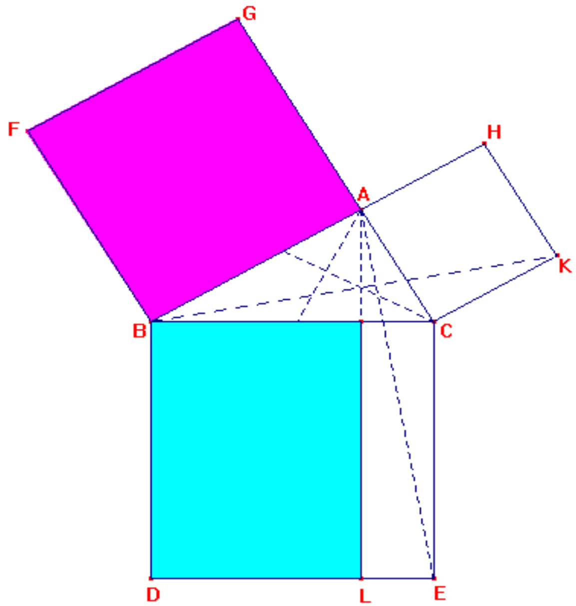


- Es tracta de veure, que el quadrat BDEC està format per dos paral·lelograms BL i CL que seran iguals als quadrats respectius GB i HC.

El fil conductor de la demostració

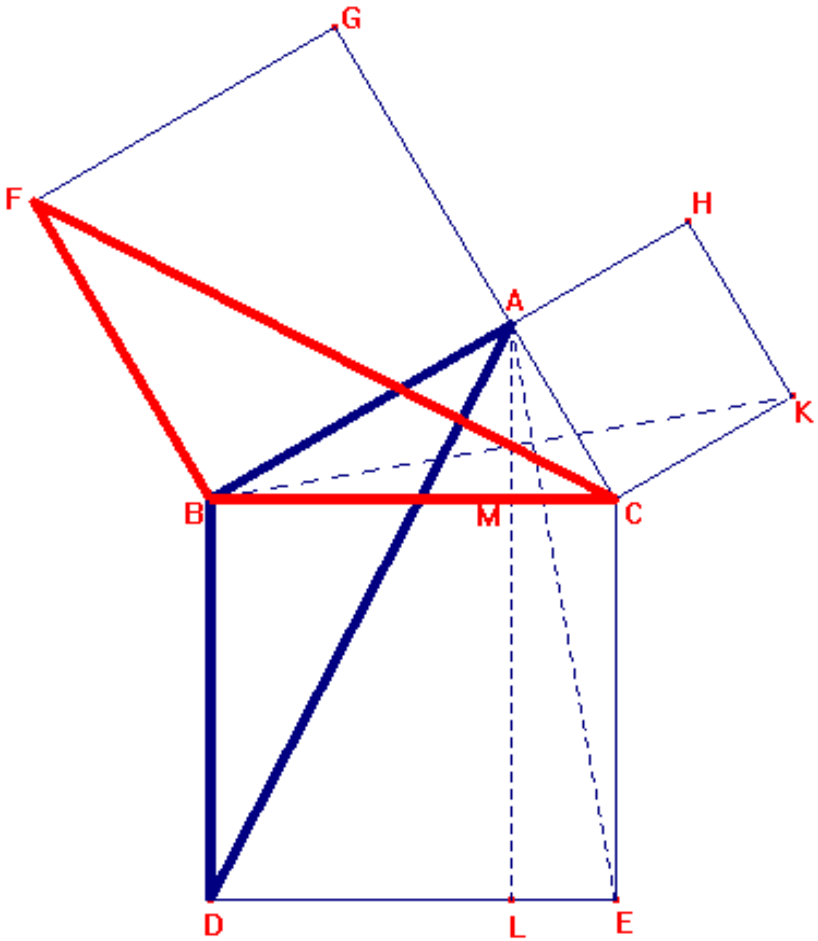






a) Els triangles ABD i FBC són iguals
b) El paral·lelogram BL és el doble del triangle ABD
c) El quadrat GB és el doble del triangle FBC
d) El paral·lelogram BL i el quadrat GB són iguals.

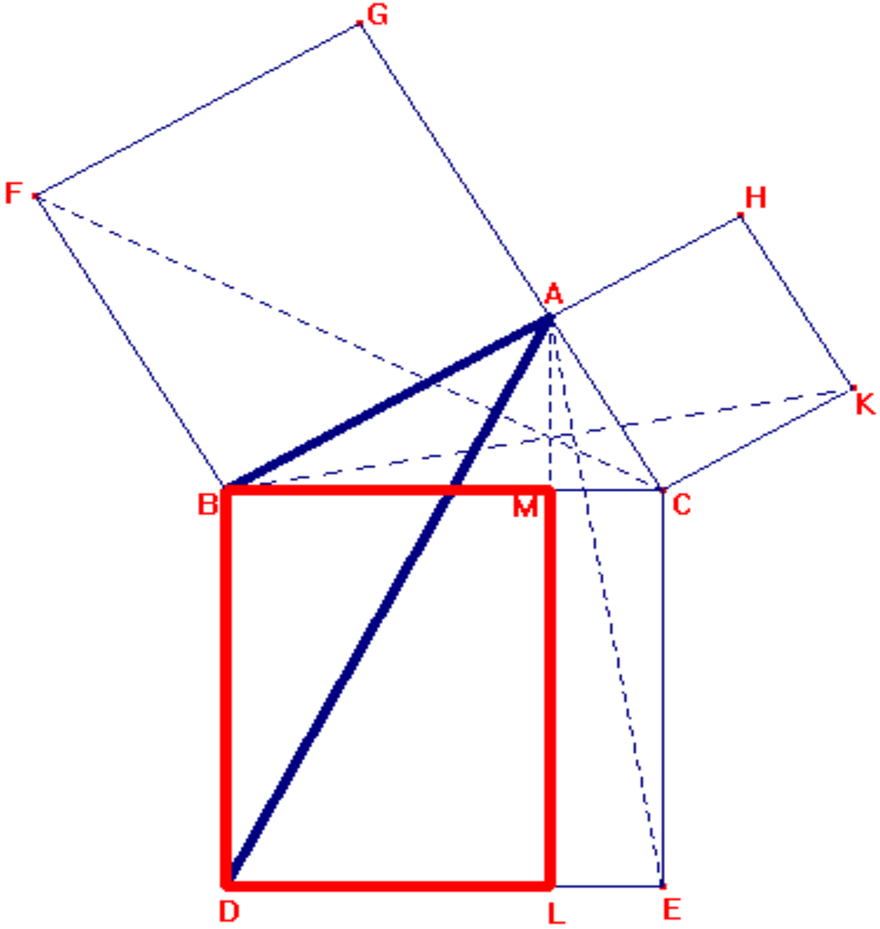
a) Els triangles ABD i FBC són iguals



- Dos costats iguals:
FB = BA, BC = BD

- L'angle comprès entre els dos costats iguals FBC = ABD
és un recte més l'angle ABC
per als dos triangles.

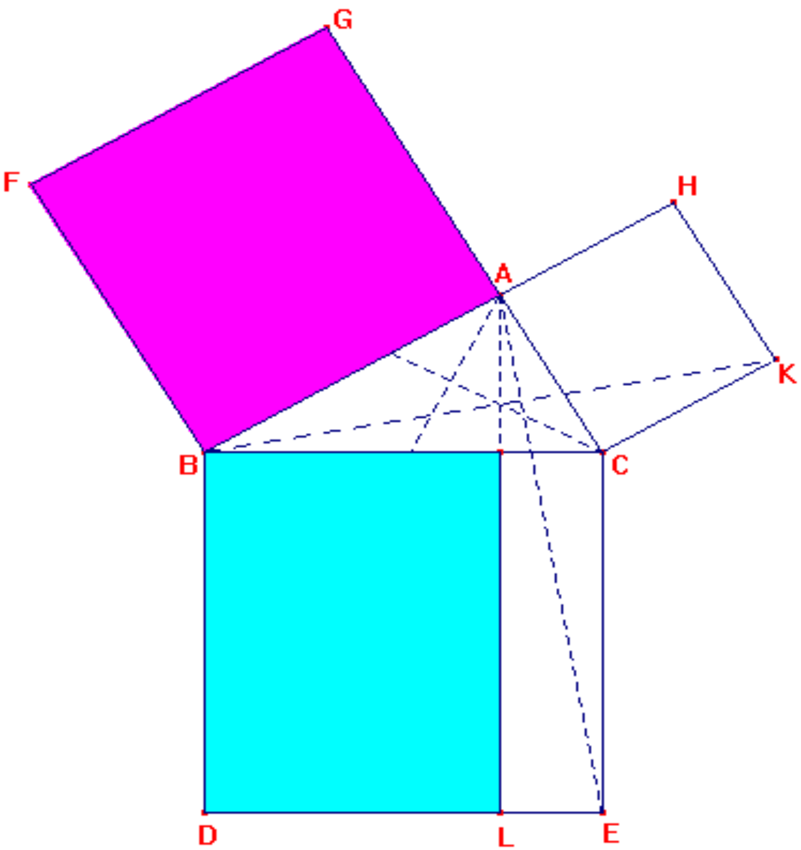
b) El paral·lelogram BL és el doble del triangle ABD



- La base BD és comú a les dues figures i també ho és l'altura BM perquè les dues figures estan compreses entre les mateixes paral·leles, BD i AL.

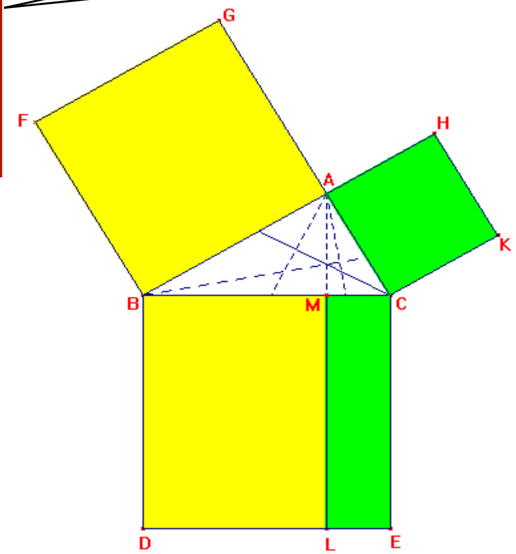
- De la mateixa manera es demostra que el quadrat GB és el doble del triangle FBC.

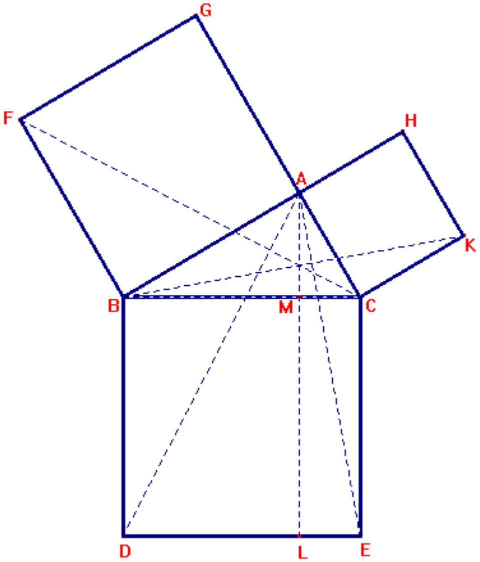
d) El paral·lelogram BL i el quadrat GB són iguals



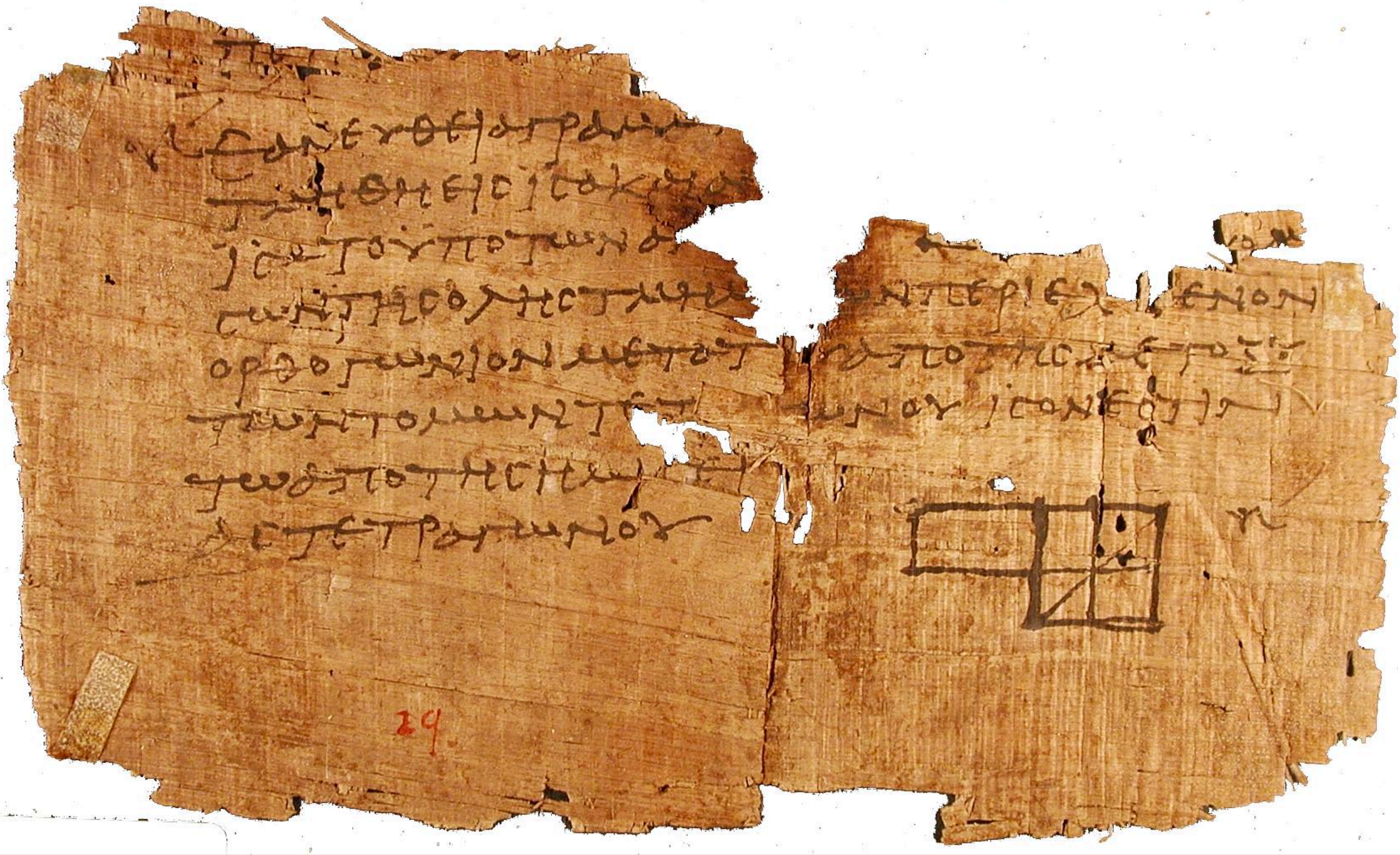
- Perquè ho són els triangles respectius amb els que se'ls ha comparat.
- De la mateixa manera es demostra que el paral·lelogram CL és igual al quadrat HC.

L'altra banda de la demostració





- Cal seguir els passos equivalents per veure que el paral·lelogram CL és com el quadrat HC.
- Heu de trobar en el dibuix els dos triangles que seran iguals i que us han de servir per a comparar després el paral·lelogram CL amb el quadrat HC.



Fragment d'Els elements d'Euclides, escrit en papir, trobat al jaciment d'Oxirrinco (Oxyrhynchus), Egipte

率

L'antiga Xina

En el *Gnòmon dels Zhou*
s. I aC

Liu Hui
Wei, 220 - China, 280

αA 率 Ciència grega / Ciència xinesa

Matemàtiques gregues (Aristòtil / Euclides)

La prova i el tipus axiomàticdeductiu

Matemàtiques xineses

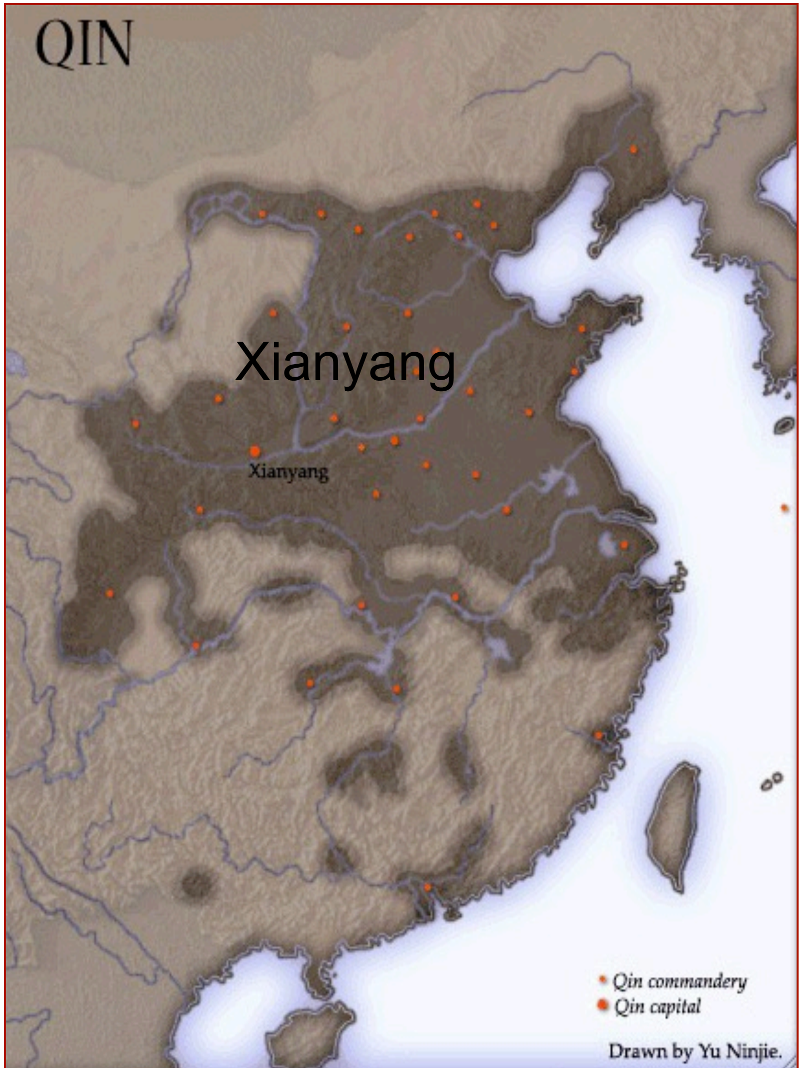
1. Matemàtiques que operaven perfectament bé “sense” la prova axiomàtica-deductiva.

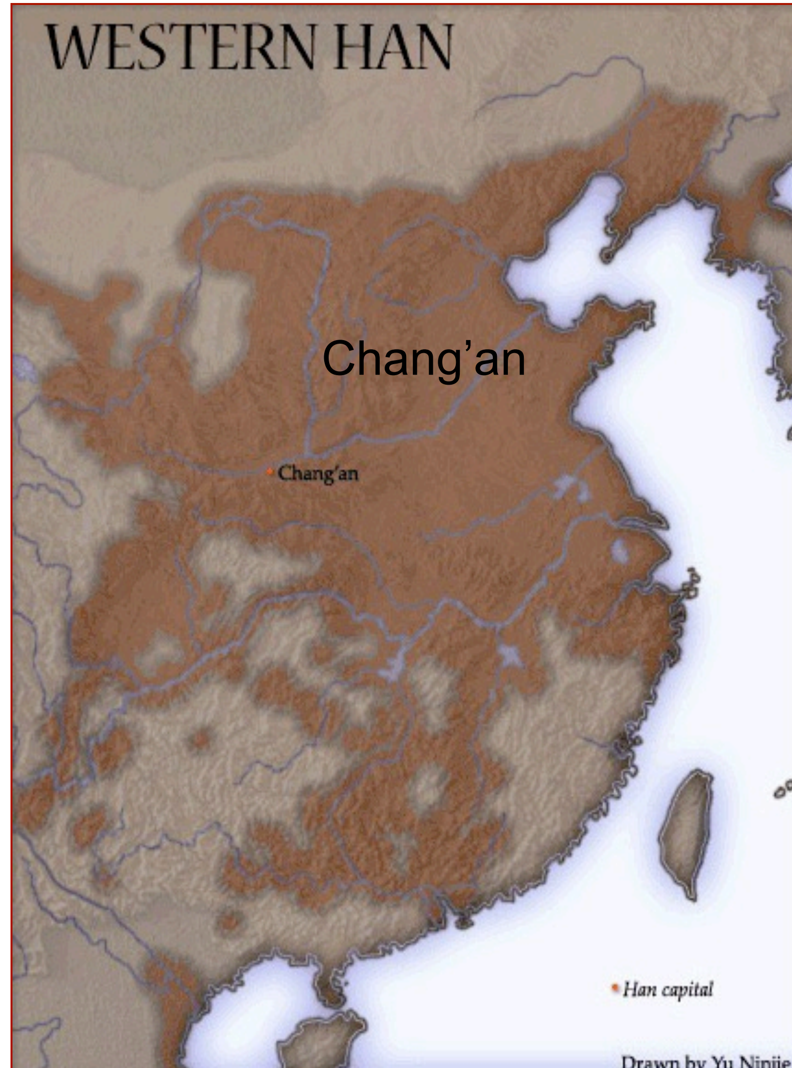
2. Interessos pràctics però també interessos teòrics

Ex: Zhao Youqin (s.XIV) recerca del nombre π (polígon inscrit de 16.384 costats).

3. La classe de verificació practicada: repàs dels algorismes per comprovar que eren correctes.

On i quan ?





Xina: dinastia Qin
221-207 aC

Xina: dinasta Han de l' oest
206 aC – 220 dC

El primer emperador

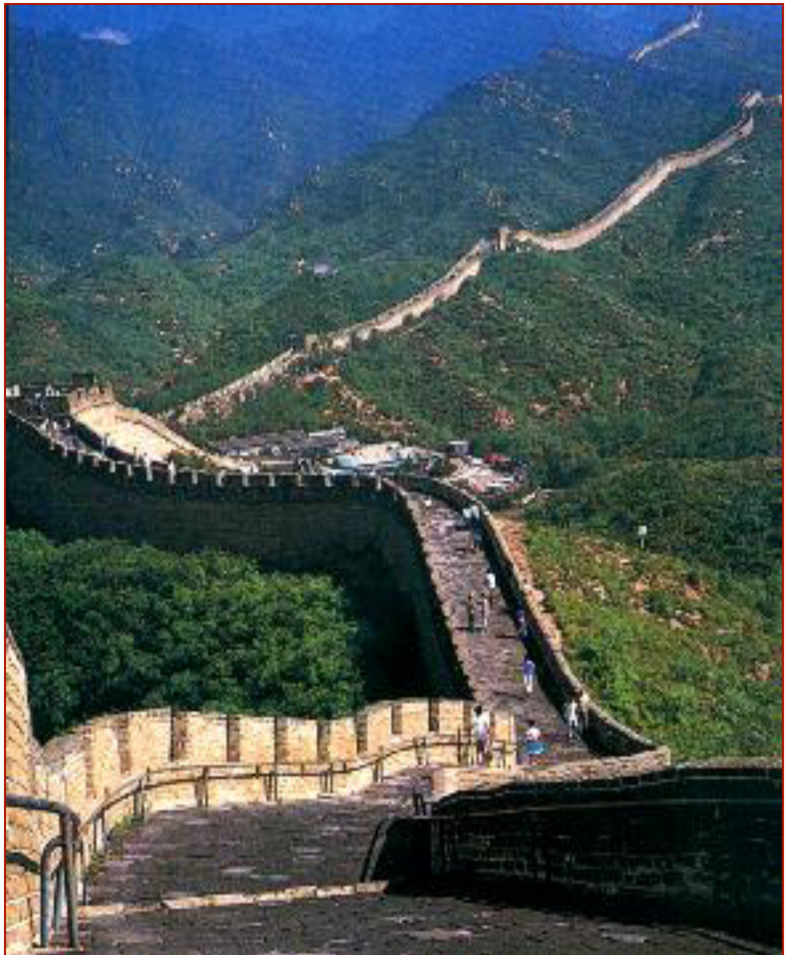
L'any 221 aC comença la dinastia Qin.

L'emperador Qin Shi Huang unifica diferents muralles i així s'inicia la construcció de la Gran Muralla de 5000 quilòmetres de llarg.

També fa construir canals i ponts, obres d'ús públic, que a més pretenien afiançar el poder de l' emperador.

L'emperador Qin Shi Huang
221- 210 aC

Primers textos xinesos de matemàtiques



La Gran Muralla

Suanshushu 筭數書

Llibre dels procediments matemàtics (s. II aC)

- Descobert el 1984 a una tomba Han del 186 aC
- Primer llibre conegut consagrat a les matemàtiques
- Relacionat amb la gestió administrativa (dinastia Qin / Han)

率

Primers textos xinesos de matemàtiques

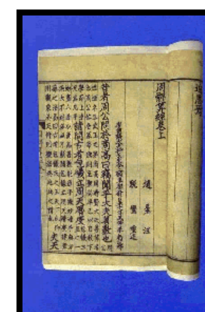
Edició de Bao Huanzhi, 1213
del *Gnòmon dels Zhou*

Zhoubi suanjing 周髀算經

Clàssic matemàtic del gnòmon dels Zhou (s. I aC)

- Compost a l’època Han.
Va ser considerat un “clàssic”.

- Relacionat amb les matemàtiques de la topografia, l’astronomia i el calendari.



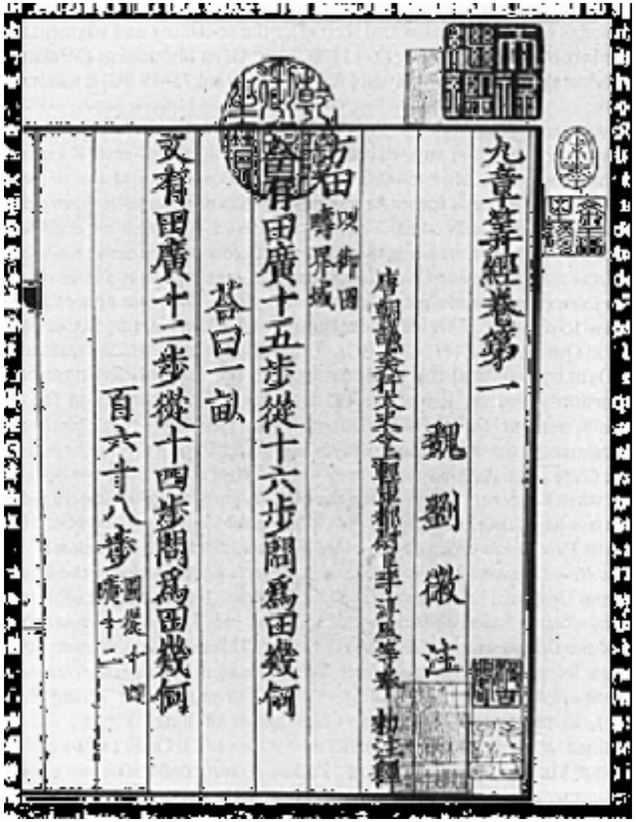
Text matemàtic de referència

Jiu zhang suan shu (s. I dC)

Els nou capítols sobre els procediments matemàtics

Els nou capítols sobre l'art matemàtica

Adreçat a funcionaris de l'exercit i de l'administració.



九章筭經卷第一

魏劉徽注

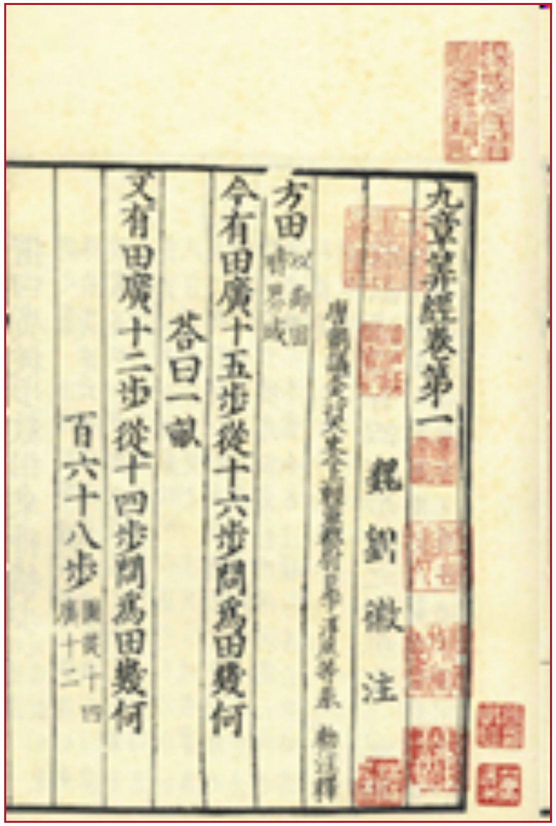
方田

今有田廣十五步從十六步問爲田幾何

荅曰一畝

又有田廣十二步從十四步問爲田幾何

百六十八步



九章筭經卷第一

魏劉徽注

方田

今有田廣十五步從十六步問爲田幾何

荅曰一畝

又有田廣十二步從十四步問爲田幾何

百六十八步

Descripció dels Nou Capítols

- **Capítol 1 “Camp rectangular”**

  1) Càlcul de les àrees de terres cultivades

  2) Procediment per operar amb fraccions

- **Capítol 2 “Cereals”**

  Problemes sobre proporcions (regla de tres) i, en particular, proporcions en l’intercanvi de cereals

- **Capítol 3 “Distribució per progressions”**

  Problemes de taxacions sobre mercaderies i d’altres tipus amb progressions aritmètiques i geomètriques.

Descripció dels Nou Capítols

- **Capítol 4 “Quant mesura l’amplada?”**
  A partir de l’àrea o el volum d’una figura es troben els costats o les cares.

- **Capítol 5 “Consultes sobre treballs d’enginyeria”**
  Volums de figures sòlides. Problemes sobre construccions de murs, dics, canals.

- **Capítol 6 “Taxes justes”**
  Distribució dels impostos segons la població i el temps que es triga per anar del poble a la capital per dur els impostos.

Descripció dels Nou Capítols

- **Capítol 7 "Excedent i dèficit"**

  L'ús de les regles per resoldre problemes d'equacions de 1r grau. Problemes d'implicacions comercials, els tipus de transaccions de l'època.

- **Capítol 8 "Files rectangulars" (*Fangcheng*)**

  Resolució de sistemes d'equacions lineals.

  Es treballa amb *nombres* positius i negatius.

  Reflecteixen problemes de l'agricultura Han.

- **Capítol 9. "Base i altura" (*Gougu*)**

Capítol 9 : Base (*gou*) i altura (*gu*)

句股 以御高深廣遠

Per tractar l’altura i la profunditat, l’amplada i la longitud

24 problemes de triangles rectangles

Problemes 1-12 procediment de la base i de l’altura.
Problemes 13-24 proporció (*lü*), semblança entre triangles.

Els primers problemes de cada bloc són geomètrics, sense context. Després tenen context i apareixen les situacions geomètriques tractades a l’inici.

El text Clàssic i els comentaristes

El text *Clàssic* (s. I)

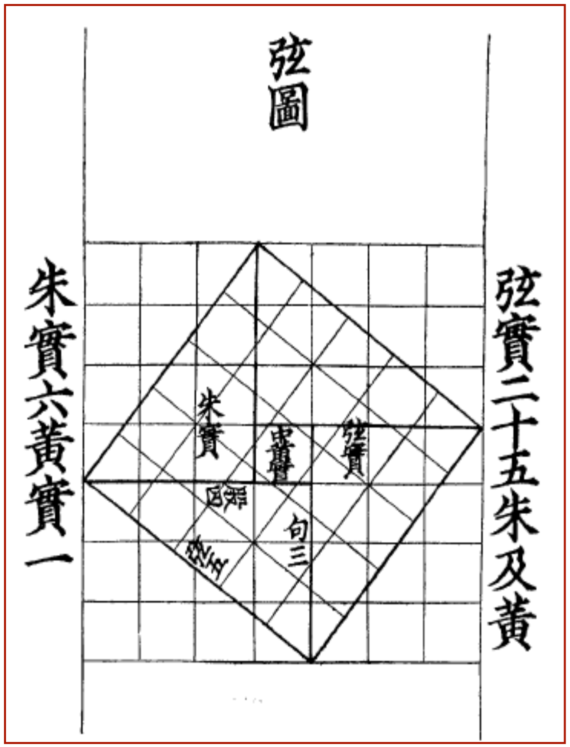
- ✓ L'enunciat amb dades numèriques concretes.
- ✓ Les preguntes.
- ✓ Les respostes.
- ✓ Breu descripció de l'algorisme de càlcul per trobar les solucions.

Els comentaristes Lui Hui (263) i Li Chunfeng (656):

El seu objectiu era mostrar la correcció dels algorismes que presentava del text clàssic explicant els significat de les operacions realitzades.

Liu Hui (220 - 280)

El Procediment de la base (gou) i de l'altura (gu)



Edició de Bao Huanzhi, 1213 del *Zhoubi Suanjing*

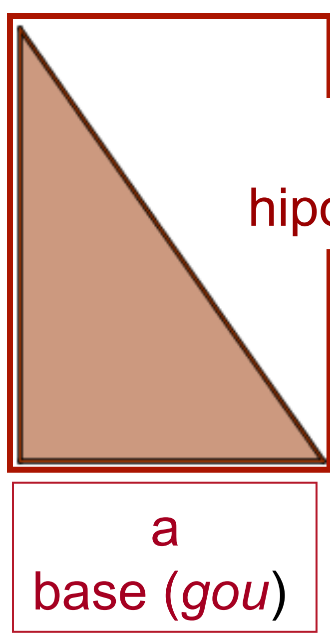
El text *Clàssic:*

Base (gou) i altura (gu), si es multiplica cada una per ella mateixa, se sumen (els resultats) i es divideixen per l'extracció de l'arrel quadrada, el que dóna és la hipotenusa.

El procediment de la base i l'altura

Liu Hui (263):

El costat més curt s'anomena base (gou);el costat més llarg altura (gu); el que uneix les cantonades l'una amb l'altra s'anomena hipotenusa (xian).



b
altura *gu*)

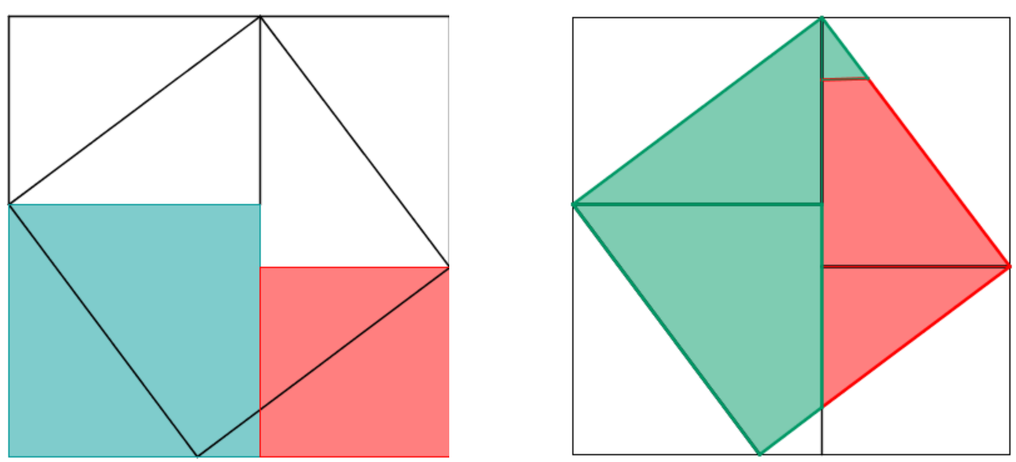
c
hipotenusa *(xian)*

no apareix la paraula triangle, ni triangle rectangle

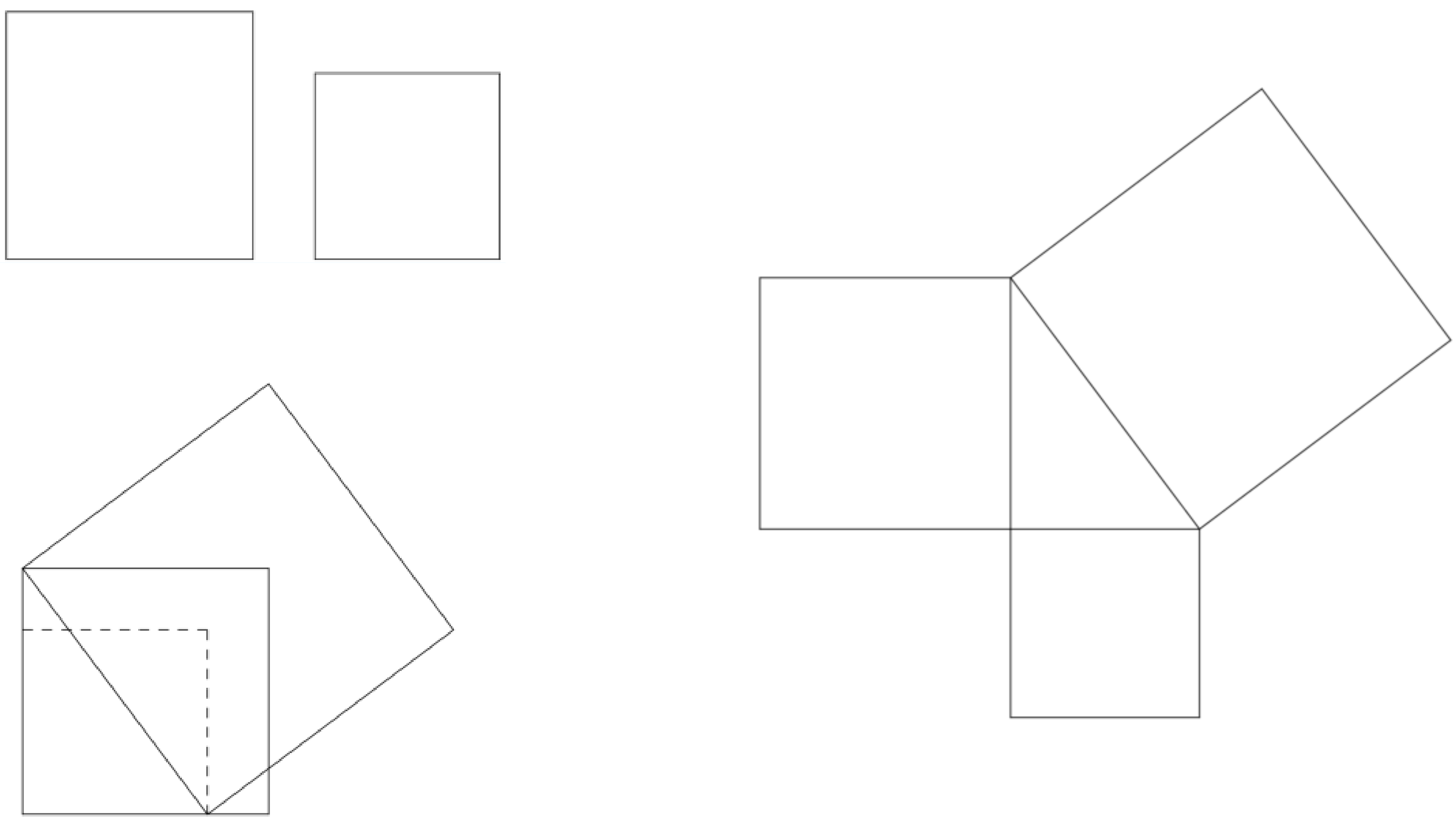
a, b, c: notació actual

El procediment de la base i l’altura

Liu Hui (263): *La base multiplicada per ella mateixa fa un quadrat* ***vermell****, l’altura per ella mateixa un quadrat* ***blau-verd****, i es fa de tal manera que es recomponen els uns amb els altres; partint del fet que es guarden els trossets que queden sense bellugar, es genera per reunió l’àrea del quadrat del costat de la hipotenusa. Dividint aquesta per l’extracció de l’arrel quadrada donarà la hipotenusa.*

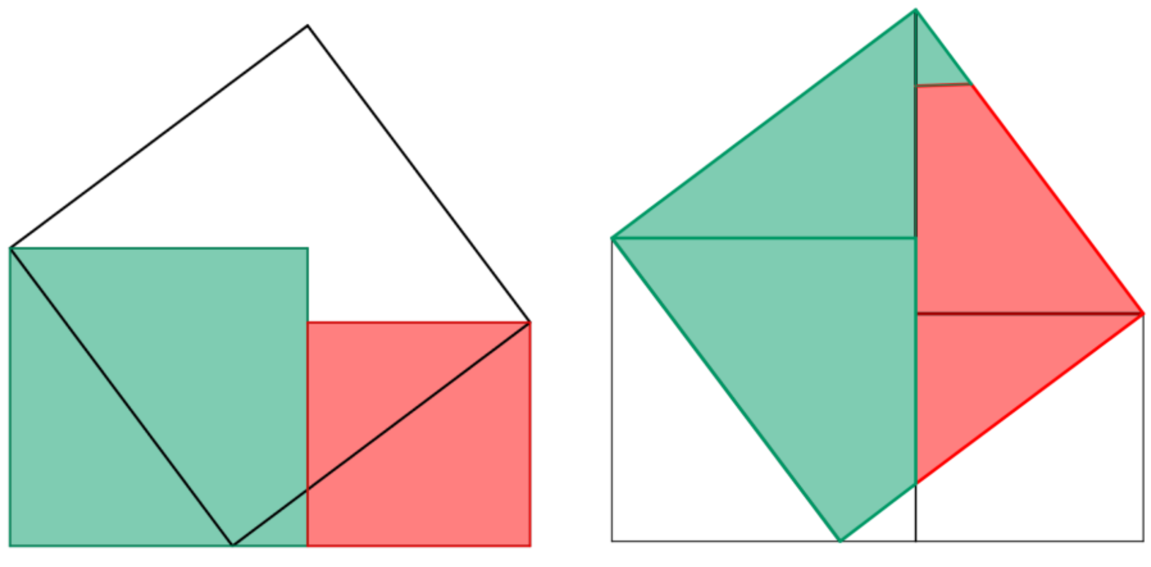


La construcció d’un quadrat de costat *c*, a partir de dos quadrats de costats *a* i *b* respectivament



L’àrea del quadrat més gran és la suma de les àrees del altres dos quadrats

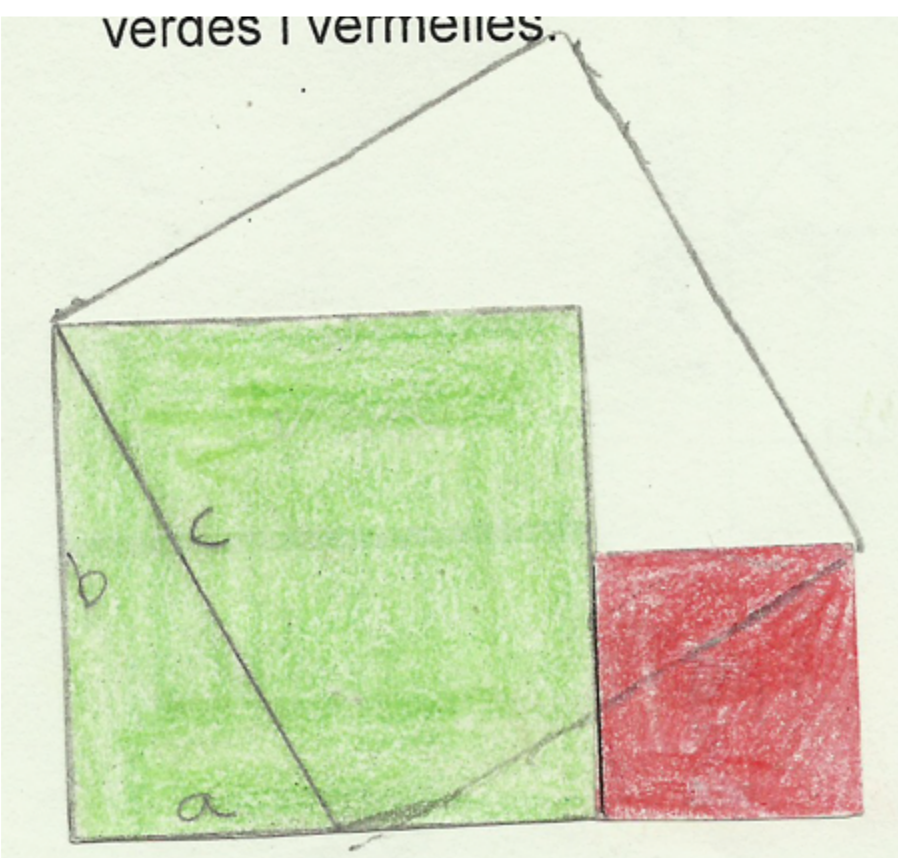
Retallant i enganxant els quadrats de dos colors.

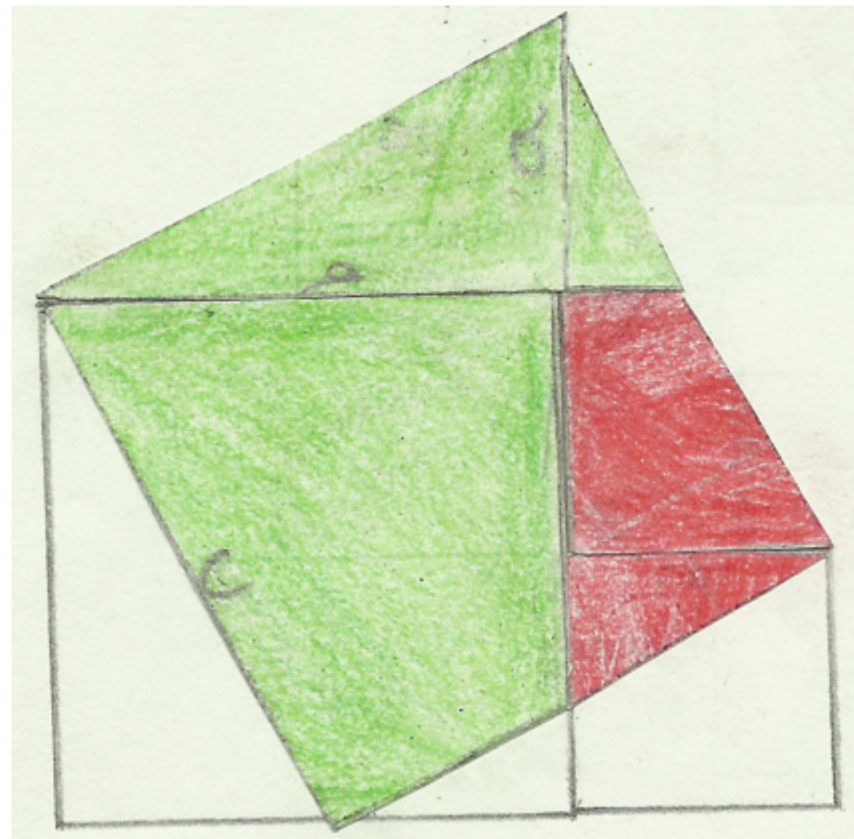


La demostració

Retallant i enganxant

El treball d’una alumna

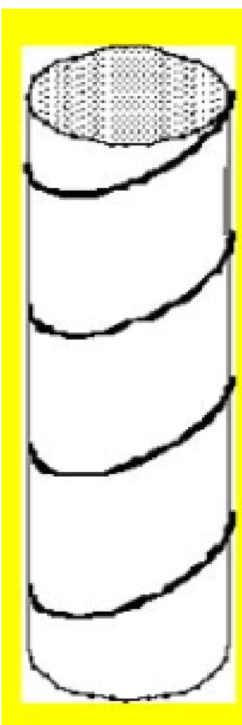




El problema 9.5

Suposem que tenim un arbre de 2 zhang d'altura i de 3 chi de perímetre. Una parra que creix des de la seva base rodeja 7 vegades l'arbre abans d'arribar a dalt de tot. Es demana quant val la longitud de la parra.

Resposta: 2 zhang 9 chi (és a dir la terna: 20, 21, 29)



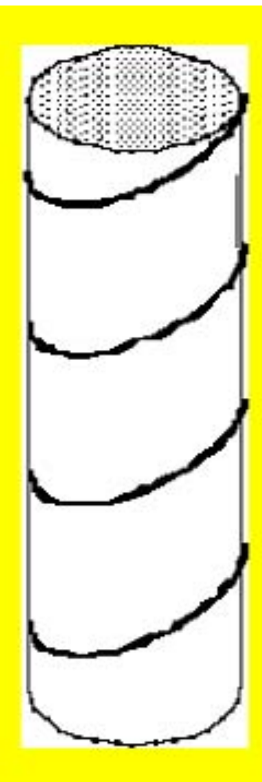
術曰：以七周乘圍爲股[七]，木長爲句，爲之求弦。弦者，葛之長。

El procediment en el text clàssic

Es multiplica per 7 el perímetre, que donarà l'altura (*gu*). L'altura de l'arbre serà la base (*gou*) i aleshores es busca la hipotenusa que li correspon. Aquesta hipotenusa és la longitud de la parra.

El problema 9.5

El comentari de Liu Hui



S’utilitza un un fil blau verd que s’enrotlla al voltant d’un pinzell, el que s’assembla a la parra fent la volta a l’arbre.

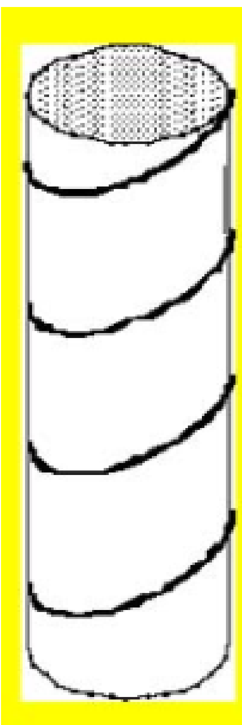
Si s’analitza la situació, el problema, descomponent-la, aleshores es poden dissociar els intervals que corresponen a cada volta, de manera que cadascun engendra una base, una altura i una hipotenusa.

Després, en aquests intervals, la longitud de la parra és la hipotenusa.

Si multipliquem per 7 tots els perímetres, això reuneix totes les bases, aquesta es pren com una base única.

El problema 9.5

Suposem que tenim un arbre de 2 zhang d'altura i de 3 chi de perímetre. Una parra que creix des de la seva base rodeja 7 vegades l'arbre abans d'arribar a dalt de tot. Es demana quant val la longitud de la parra. Resposta (20, 21, 29)



Amb un full de paper:

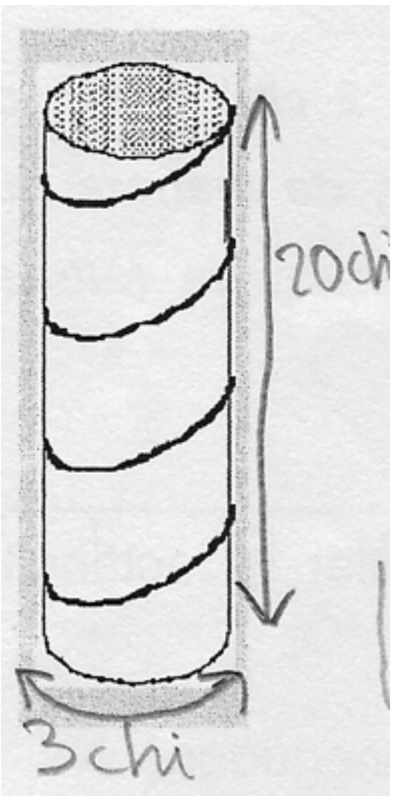
a) Enrotlleu-lo formant un cilindre, simulant el tronc de l'arbre.

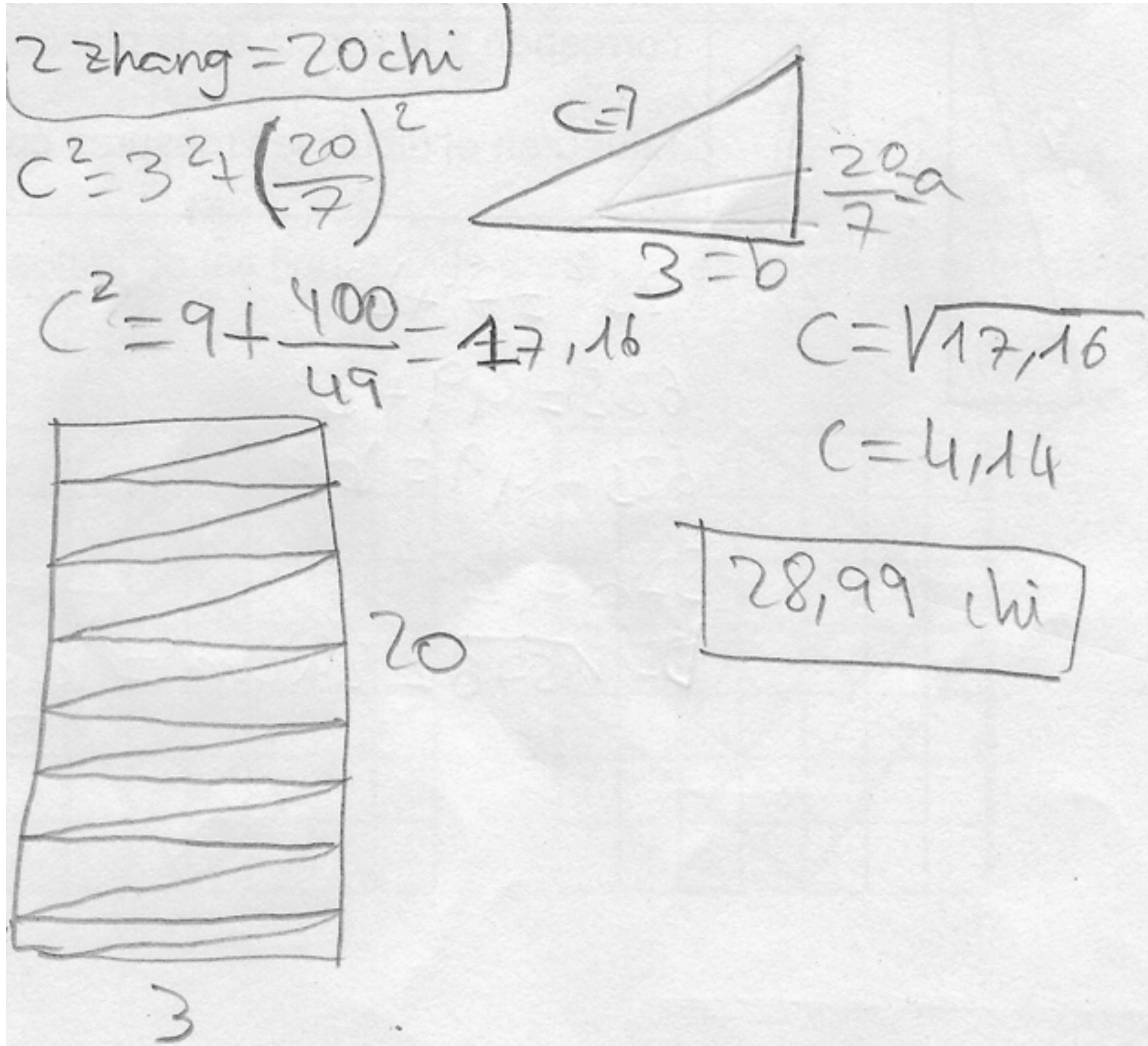
b) Dibuixeu-hi la parra al voltant.

c) Desplegueu el full.

Problema 9.5

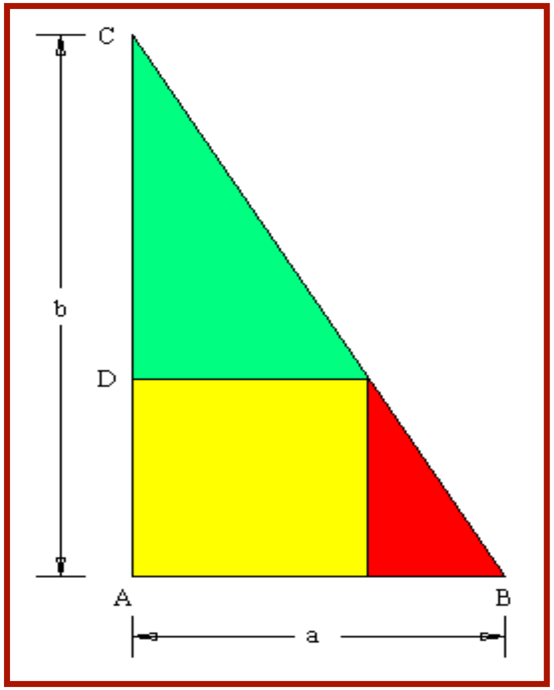
El treball d’una alumna





El problema 14

Suposem que la base val 5 bu i l'altura 12 bu. Quant val el costat del quadrat inscrit?



El procediment Clàssic:

Se sumen la base (gou) i l'altura (gu), aquesta quantitat és el divisor. Base i altura es multipliquen l'un per l'altre, aquesta quantitat és el dividend. I efectuant la divisió del dividend pel divisor, s'obté el costat del quadrat en bu.

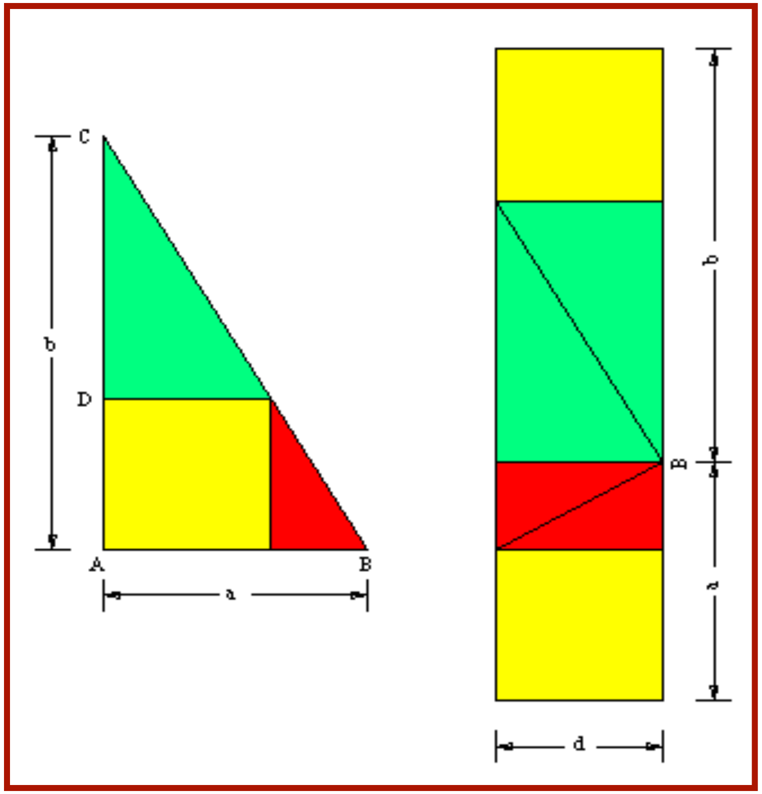
El quadrat inscrit en el triangle rectangle.
(Karine Chemla, 2005: pàg. 888)

$$\boxed{d = \frac{ab}{a+b}}$$

率

El problema 14

Liu Hui (263)



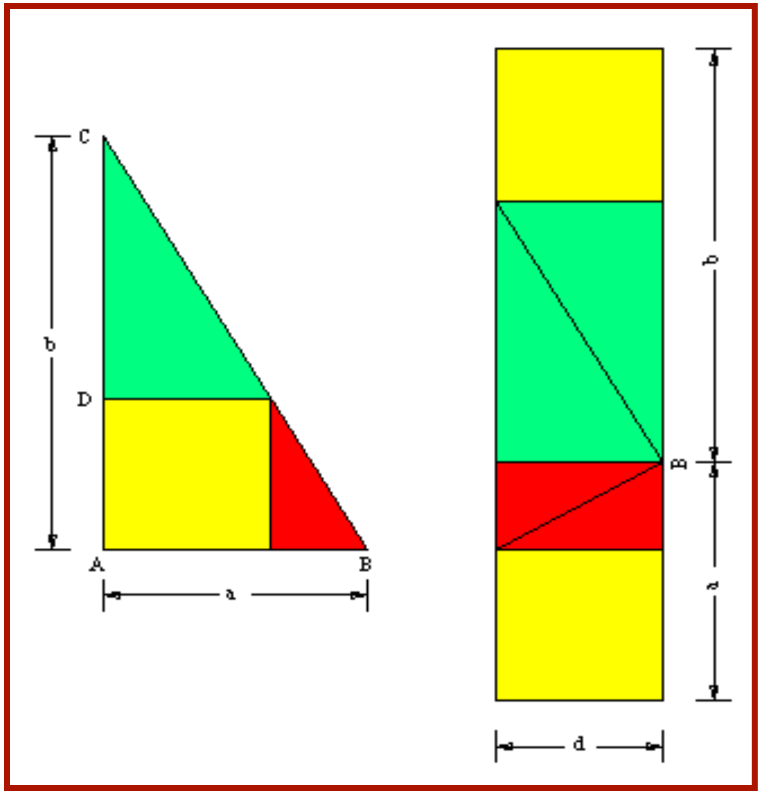
Demostració per les àrees de la correcció del algorisme. (Karine Chemla, 2005: pàg.888)

Justificació per recomposició:

Quan la base i l'altura es multipliquen fan una superfície vermella, blau-vert i groga, cada una per duplicat. Si fem de manera que la longitud de les grogues siguin les longituds dels extrems i que les vermelles i verdes es complementin segons les seves categories, es genera la superfície d'un rectangle. El costat del quadrat és l'amplada i la suma de la base i l'altura és la longitud

El problema 14

Liu Hui (263)



Demostració per les àrees de la correcció del algorisme. (Karine Chemla, 2005: pàg.888)

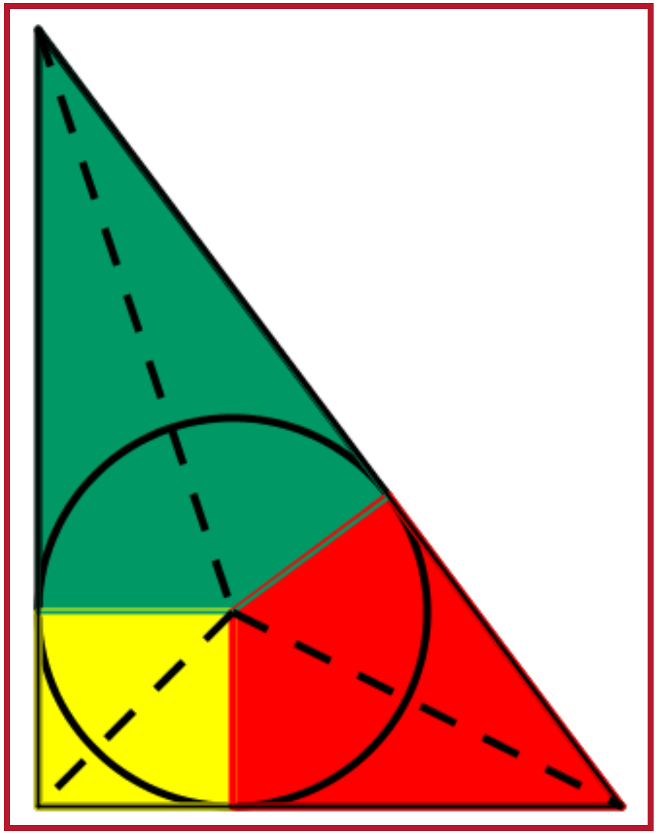
Per proporcionalitat o *lü*

Dins la figura, si el quadrat està situat a l'interior de la base, des de cadascun dels costats del quadrat es genera una petita base i una petita altura i la relació entre ells no ha perdut la lü original...

$$\boxed{\frac{\text{base}}{\text{altura}} = \frac{a}{b} = \frac{a-d}{d} = \frac{d}{b-d}}$$

El problema 15

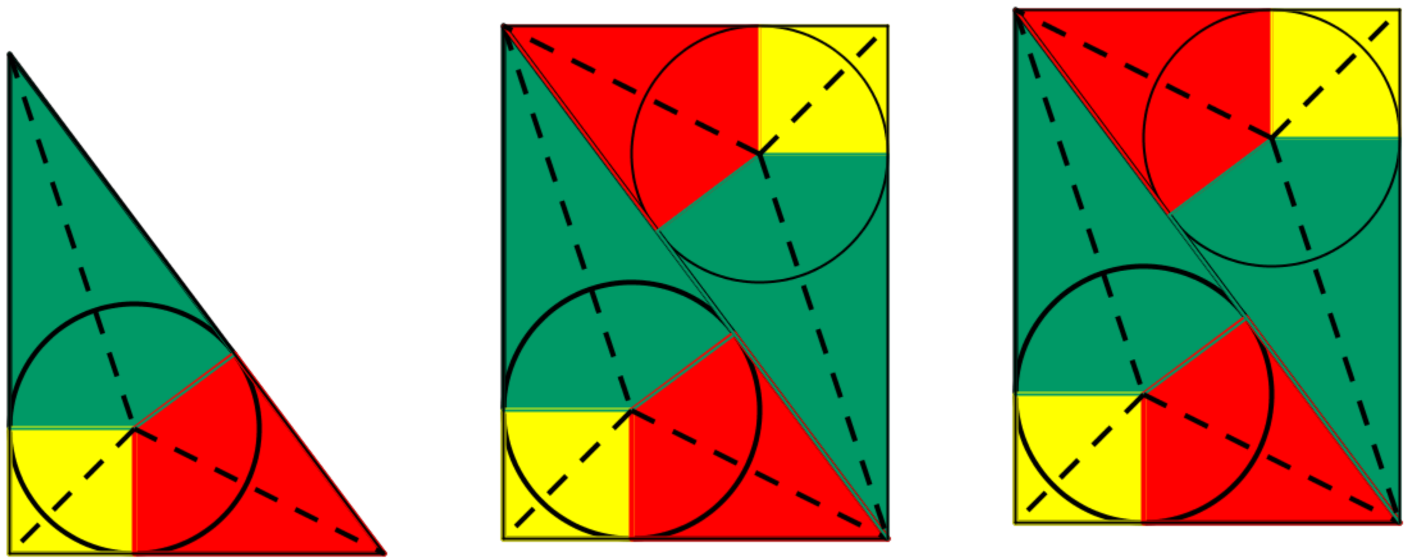
Suposem que la base val 8 *bu* i l'altura 15 *bu.* Quant val el diàmetre del cercle inscrit?

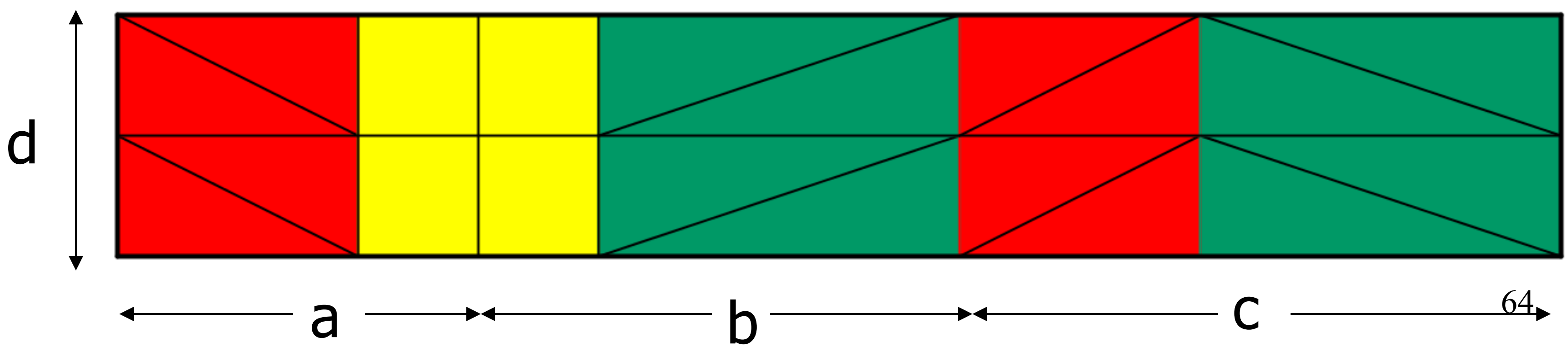


$$d/2 = r = \frac{ab}{a+b+c}$$

El problema 15

Liu Hui (263)



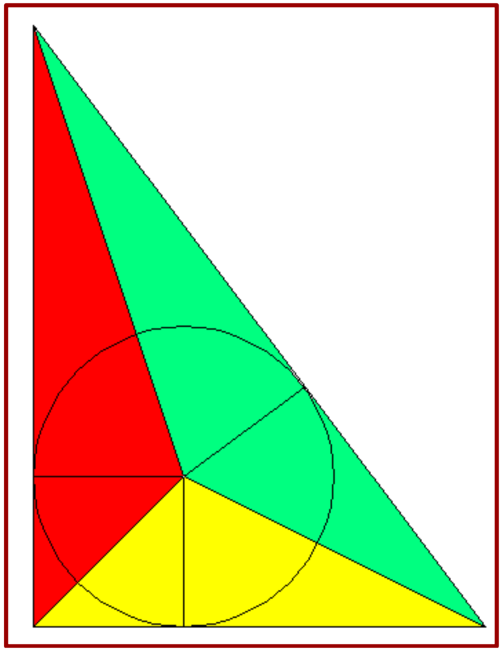


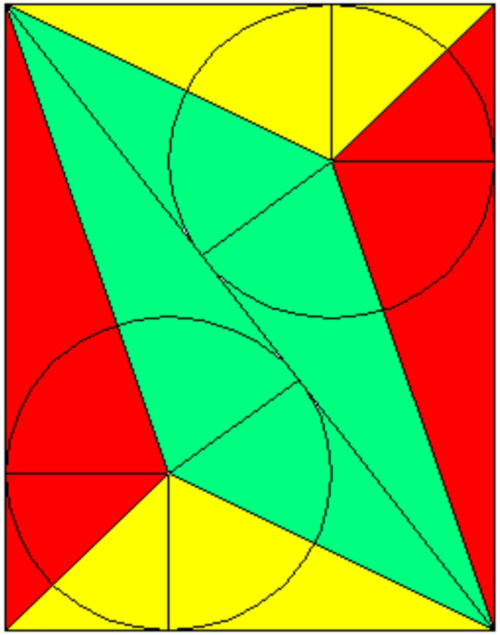
El problema 15

Liu Hui (263)

També podem raonar a partir de les àrees dels triangles,

el radi és l'altura de tots els triangles del dibuix.





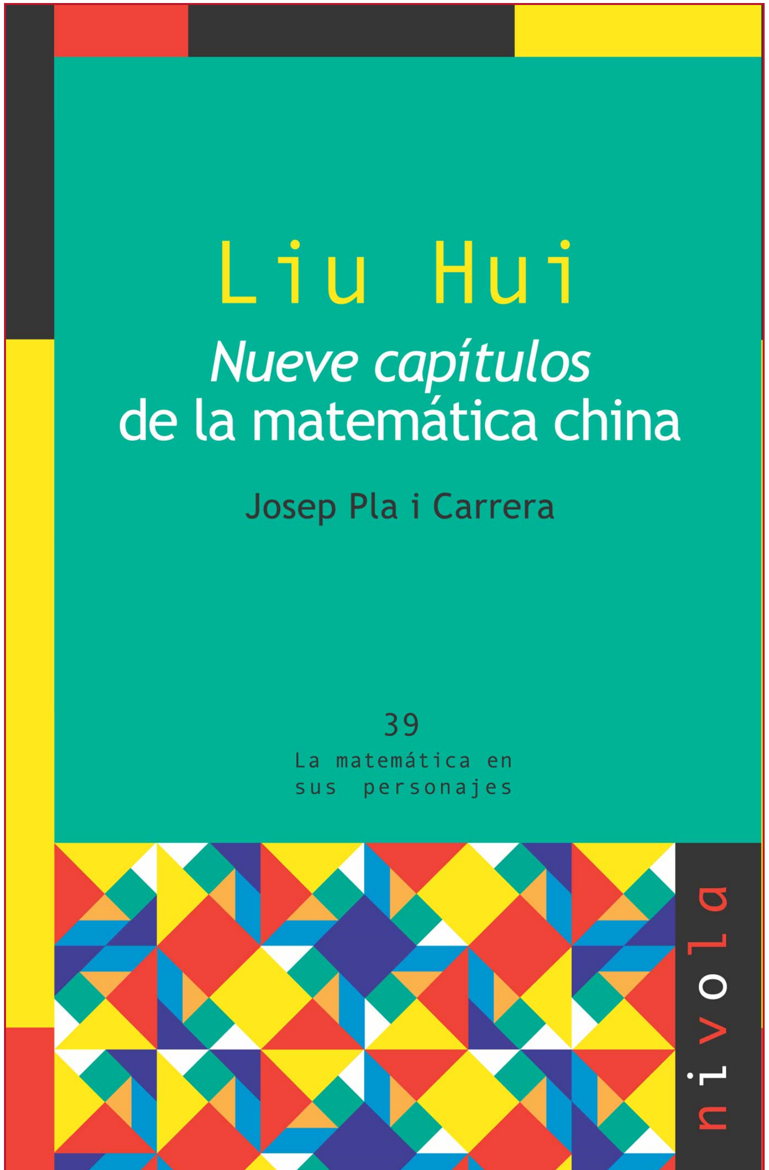
Índia, Grècia i Xina

Tres raonaments per comparació d'àrees:

- A l'Índia i a la Xina a través de la recomposició de figures i conservació de les àrees. Els dos quadrats inicials belluguen fins a omplir el quadrat gran. És una demostració dinàmica.
- A Grècia per partició del quadrat major i comparació amb els altres dos a través d'igualtats entre triangles. Les figures es parteixen i es comparen però romanen estàtiques.
- La descomposició i recomposició de figures també ha estat el fil conductor per de la suma/resta de quadrats a l'Índia i per resoldre els problemes del quadrat i el cercle inscrit en el triangle rectangle en els Nou Capítols.

La universalitat de l'activitat matemàtica:

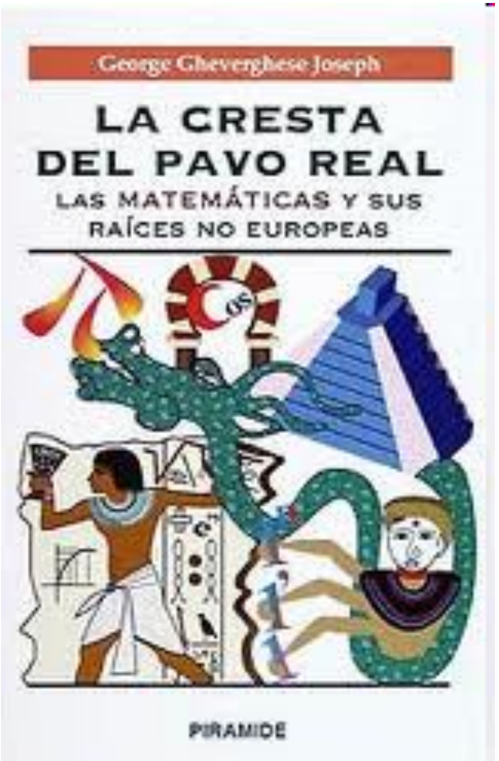
Un mateix Teorema en tres cultures ben allunyades i sense Connexió, pel que sabem fins ara.



***El Jiuzhang suanshu* (*Nueve capítulos de la arte matemática*)**

Josep Pla i Carrera

El llibre ens servirà per fer una anàlisi de les aportacions de la matemàtica xinesa clàssica, que, al contrari que la babilònica i l'índia, no va influir en absolut en la matemàtica grega, base de la racionalitat occidental. Per això prevalen en ell els algoritmes de càlcul i les regles precises, en una aplicació de les matemàtiques als problemes quotidians.



LA CRESTA DEL PAVO REAL. Las Matemáticas y sus raíces no europeas

George Gheverghese Joseph

L'autor va néixer a Kerala (sud de l'Índia) i va viure en aquest país durant nou anys. La seva família es va traslladar a Mombasa (Kenya), on va rebre la seva educació escolar. Va estudiar a la Universitat de Leicester i després a Manchester, on va completar la seva graduació. Ha treballat en diferents ocupacions que li han fet viatjar per tot el món. Actualment és professor emèrit de la Univ. Manchester.

L'autor ens introdueix en les fonts originals de les matemàtiques de les cultures no europees i ens fa veure com l'espècie humana, on sigui que estigui, ha estat capaç de contribuir en l'avanç i innovació del pensament matemàtic.

Altres referències

- Chemla, K. & G. Shuchun (eds.)(2005) *Les Neuf Chapitres, le classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires* [edició crítica bilingüe], París, Dunod.
- Cullen, C. (1996) *Astronomy and Mathematics in Ancient China: The Zhou bi suan jing*, Cambridge/New York, Cambridge University Press.
- Katz, V. (editor) (2007) *The Mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India and Islam.* A sourcebook. Princeton University Press.
- Heath, T. L. (1956). *The thirteen Books of Euclid's Elements.* Dover. Cambridge University Press.
- Plofker, K (2009) Mathematics in India. Princenton. Press. Princenton. Edu
- Sen S.N. & A.K. Bag (1983). *The Sulbasutras of Baudhayana, Apastamba, Katyayana and Manava.* New Delhi. Indian National Science Academy.

Observacions finals

Educació Matemàtica

- Les activitats basades en l'anàlisi de textos històrics relacionats amb el currículum contribueixen a millorar la formació integral dels alumnes donant-los a la vegada un coneixement addicional del context social i científic dels períodes involucrats.

- Els estudiants aconsegueixen una visió de les matemàtiques no com un producte final sinó com una ciència útil, humana, interdisciplinària i heurística, que s'ha desenvolupat sobre la base d'intentar respondre a les preguntes que la humanitat s'ha plantejat al llarg del temps sobre el món que ens envolta.

बहुत बहुत धन्यवाद

Σας ευχαριστώ πολύ

非常感謝

Moltes gràcies

Iolanda Guevara Casanova
<iguevara@xtec.cat>

ELS NOU CAPÍTOLS

Karine Chemla i Guo Shuchun (2005) Dunod, Paris

句股以御高深廣遠

今有句三尺，股四尺，問爲弦幾何。

答曰：五尺。

今有弦五尺，句三尺，問爲股幾何。

答曰：四尺。

今有股四尺，弦五尺，問爲句幾何。

答曰：三尺。

句股短面曰句，長面曰股，相與結角曰弦。句短其股，股短其弦。將以施於諸率，故先具此術以見其原也[一]。術曰：句、股各自乘，并，而開方除之，即弦。句自乘爲朱方，股自乘爲青方，令出入相補[二]，各從其類，因就其餘不移動也，合成弦方之冪。開方除之，即弦也[三]。

又，股自乘，以減弦自乘，其餘，開方除

[一] 此二"原"字，戴震輯錄本作"源"，兩通。此依楊輝本。
[二] 此二"令"字，楊輝本作"今"，亦通。此依戴震輯錄本。
[三] 此條劉注，楊輝本誤植於下術文"即句"之後、李注之前。此依戴震輯錄本。

BASE (*GOU*) ET HAUTEUR (*GU*)[1]

pour traiter le haut et le profond, le large et le lointain[2]

(9.1)

SUPPOSONS QUE LA BASE (*GOU*) SOIT DE 3 *CHI* ET LA HAUTEUR (*GU*) DE 4 *CHI*. ON DEMANDE COMBIEN FAIT L'HYPOTÉNUSE[3].

RÉPONSE : 5 *CHI*.

(9.2)

SUPPOSONS QUE L'HYPOTÉNUSE SOIT DE 5 *CHI* ET LA BASE (*GOU*) DE 3 *CHI*. ON DEMANDE COMBIEN FAIT LA HAUTEUR (*GU*).

RÉPONSE : 4 *CHI*.

(9.3)

SUPPOSONS QUE LA HAUTEUR (*GU*) SOIT DE 4 *CHI* ET L'HYPOTÉNUSE DE 5 *CHI*. ON DEMANDE COMBIEN FAIT LA BASE (*GOU*).

RÉPONSE : 3 *CHI*.

PROCÉDURE DE LA BASE (*GOU*) ET DE LA HAUTEUR (*GU*)[4] :

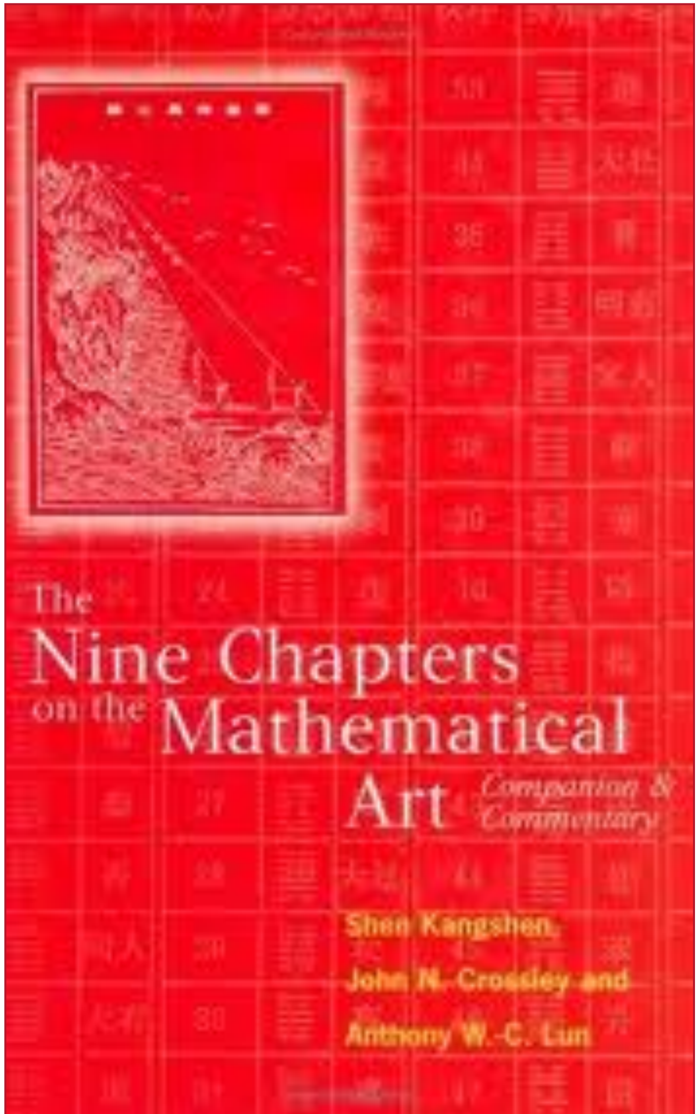
Le côté le plus court est appelé « base (*gou*) » ; le côté plus long est appelé « hauteur (*gu*) » ; ce qui lie les coins l'un à l'autre est appelé « hypoténuse »[5].

La base (*gou*) est plus courte que la hauteur (*gu*) qui lui correspond, la hauteur (*gu*) est plus courte que l'hypoténuse qui lui correspond. On s'apprête à les utiliser pour les appliquer à toutes les procédures (*lü*), c'est pourquoi on expose d'entrée de jeu cette procédure pour en faire apparaître l'origine[6].

BASE (*GOU*) ET HAUTEUR (*GU*) ÉTANT CHACUNE MULTIPLIÉE PAR ELLE-MÊME, ON SOMME (LES RÉSULTATS) ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE, CE QUI DONNE L'HYPOTÉNUSE.

La base (*gou*) multipliée par elle-même fait un carré vermillon, la hauteur (*gu*) multipliée par elle-même un carré bleu-vert, et l'on fait en sorte que ce qui sort et ce qui entre se compensent l'un l'autre[7], que chacun se conforme à sa catégorie[8] ; alors, sur la base du fait que l'on garde ceux (les parties, les morceaux) qui restent sans les bouger, on engendre par réunion l'aire (*mi*) du carré de côté l'hypoténuse. « En divisant ceci par extraction de la racine carrée, cela donne l'hypoténuse. »

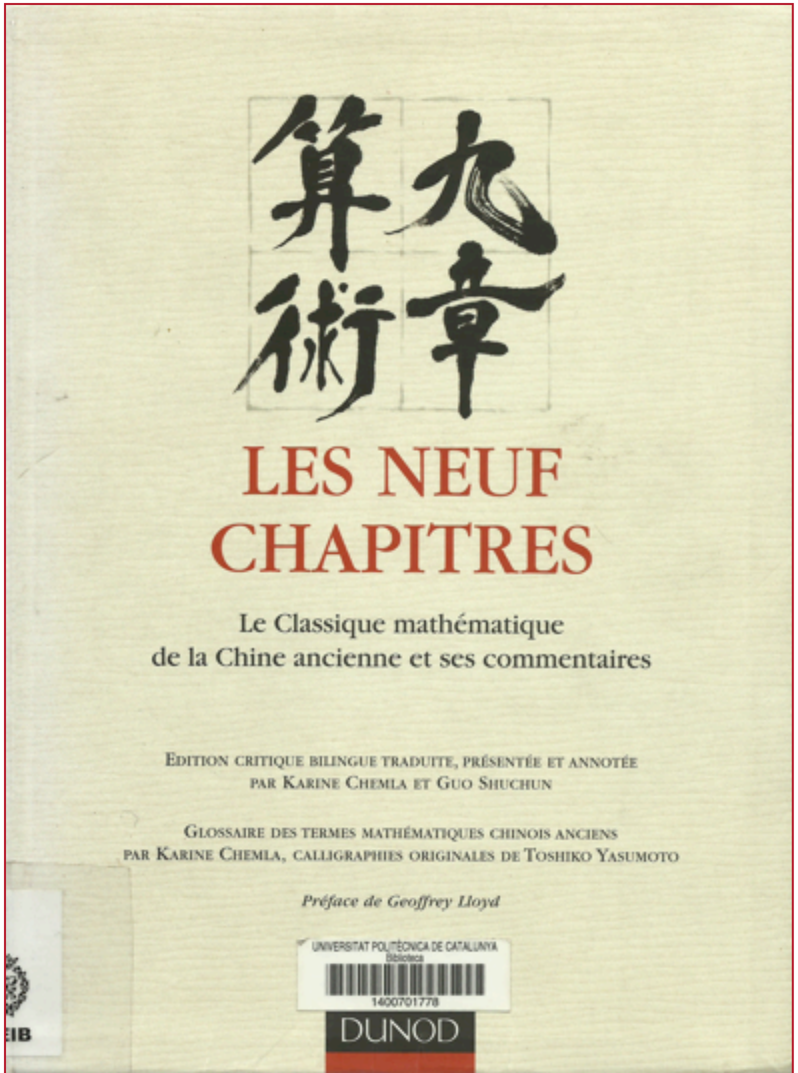
Dues edicions recents comentades



La primera

Kangshen Shen, John N. Crossley, Anthony Wah-Cheung Lun (Eds.) (1999) Oxford University Press , Univ. California

Dues edicions recents comentades



La segona

Karine Chemla, Guo Shuchun (Eds.) (2005) Dunod, Paris