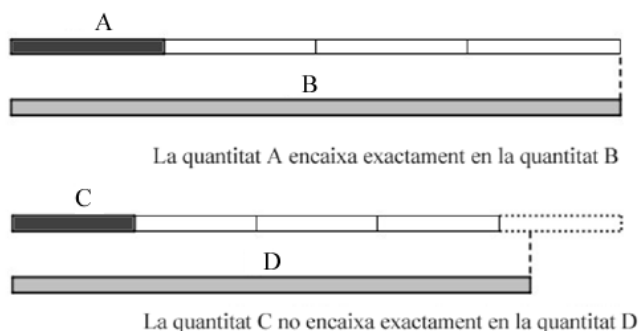


Nom i cognoms _____

PROBLEMA 1. DIVISORS

Direm que una quantitat A *encaixa exactament* en una altra quantitat B si B es pot obtenir com a suma de diverses vegades la quantitat A . Així, per exemple, 3 encaixa exactament en 12 perquè 12 és quatre vegades 3, mentre que 3 no encaixa exactament en 7, perquè 7 és dues vegades 3 i una mica més. Per la mateixa raó, $\frac{1}{2}$ encaixa exactament en 5, perquè 5 resulta de sumar deu vegades $\frac{1}{2}$, i en canvi $\frac{1}{2}$ no encaixa exactament en $\frac{3}{4}$, perquè $\frac{3}{4}$ és una vegada $\frac{1}{2}$ i una mica més.



a) Digues una quantitat que encaixi exactament en $\frac{3}{5}$, i una altra que encaixi exactament en $\frac{8}{3}$.

b) Quina és la quantitat més gran, però més petita que $\frac{8}{3}$, que encaixa exactament en $\frac{8}{3}$?

c) Quina és la quantitat més gran, però més petita que $\frac{3}{5}$, que encaixa exactament en $\frac{3}{5}$?

Continua al darrere

d) Raona quina és la quantitat més gran que encaixa exactament i a la vegada en $\frac{3}{4}$ i en $\frac{5}{6}$.

e) Raona quina és la quantitat més gran que encaixa exactament i a la vegada en $\frac{9}{4}$ i en $\frac{15}{2}$.

f) Donades dues fraccions qualssevol, $\frac{a}{b}$ i $\frac{c}{d}$, explica un mètode general per a trobar la quantitat més gran que encaixa exactament i a la vegada en aquestes dues fraccions

Nom i cognoms _____

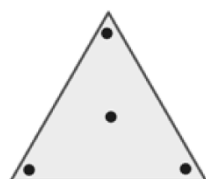
PROBLEMA 2. EL JOC DEL CRISS-CROSS

El joc del Criss-Cross és per a dos jugadors i us en presentarem algunes variants. Es juga en un tauler on trobem dibuixats alguns punts i els jugadors han de jugar per torns. Una jugada correcta consisteix en unir dos dels punts amb un segment que no passi per cap altre punt ni talli cap altre segment ja dibuixat. El guanyador és l'últim jugador que pot fer una jugada correcta.

- a) El primer tauler que estudiarem (Tauler 1) és triangular i hi ha dibuixats tres punts que determinen un triangle equilàter i un punt a l'interior del triangle.

Quantes jugades diferents pot fer el primer jugador en aquest tauler 1? Guanyarà el primer o el segon jugador? Explica la teva resposta.

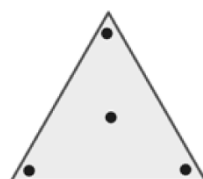
Nota: En aquest apartat i en els següents tens alguns exemplars del tauler per si et convenien per l'explicació que has de fer. Però si amb un ja en tens prou, no cal que facis res en els altres. En tot cas, a part del que dibuixis, has d'explicar-ho.



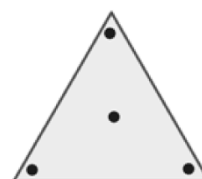
Tauler 1



Tauler 1

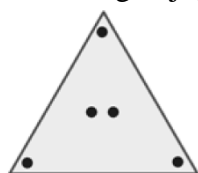


Tauler 1

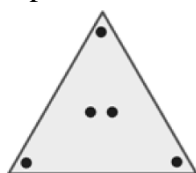


Tauler 1

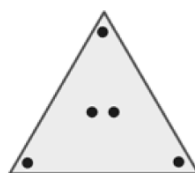
- b) En el segon tauler (Tauler 2) hi ha dibuixats tres punts que formen un triangle equilàter i dos punts en l'interior del triangle. Quantes jugades diferents pot fer el primer jugador en aquest tauler? Guanyarà el primer o el segon jugador? Explica la teva resposta.



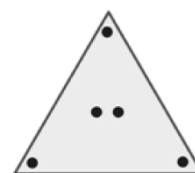
Tauler 2



Tauler 2



Tauler 2

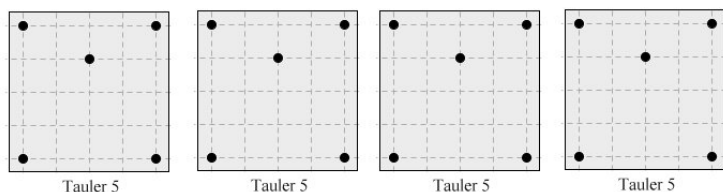
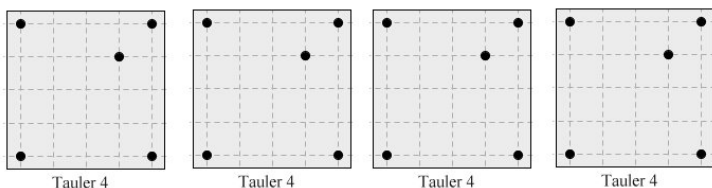
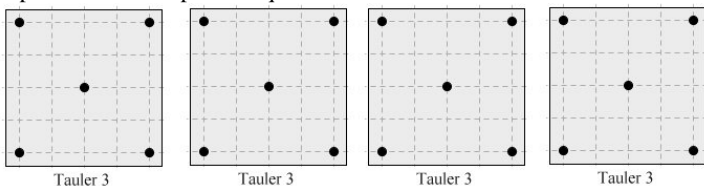


Tauler 2

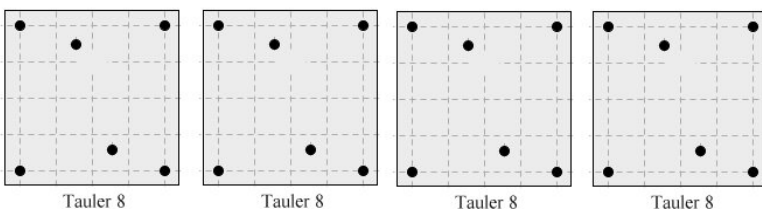
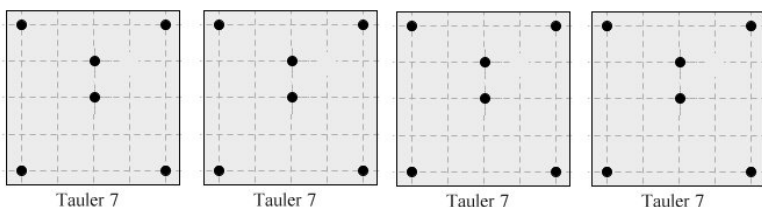
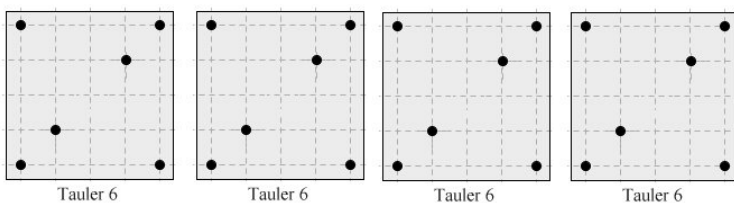
- c) Explica per què qualsevol partida en el Tauler 2 sempre té el mateix nombre de jugades.

- d) Canviem ara la forma del tauler de Criss-Cross. Ara el tauler és quadrat i té quatre punts dibuixats a prop dels vèrtexs i un punt afegit a l'interior del quadrat. Explica raonadament com es pot predir, en cada un dels taulets de les figures (Taulers 3, 4 i 5), quin dels dos jugadors guanyarà.

Nota: Recorda que tens algunes còpies de cada tauler per si et convenen per al teu estudi. No cal que els facis servir tots, però sí que és imprescindible l'explicació que se't demana.



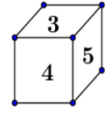
- e) Per acabar us demanem que estúdieu tres taulets quadrats més. Hi tenim en cada cas quatre punts que determinen un quadrat i dos punts a l'interior. Explica raonadament com ho faries per predir, per a cadascun dels taulets 6, 7 i 8, quin dels dos jugadors guanyarà segons la posició dels punts que hi tenim dibuixats.



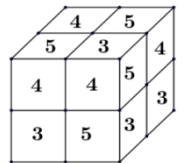
Nom i cognoms _____

PROBLEMA 3. CUBS NUMERATS

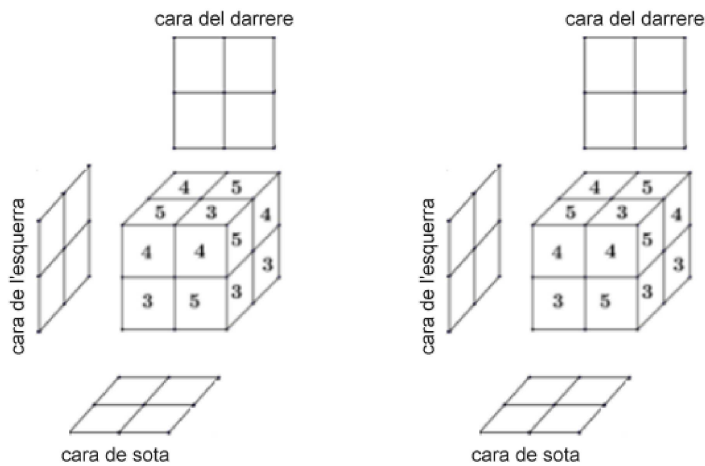
Tenim molts daus que en les sis cares tenen posats dos 3, dos 4 i dos 5 de manera que en cares oposades hi ha escrit el mateix nombre. Així, per exemple, en el dau de la figura de la dreta, en la cara oposada al 3 (la de sota: la que no veuríem si el dau estigués sobre una taula) també apareixeria un 3.



- a) Amb 8 d'aquests daus podem compondre cubs com, per exemple, el que podeu veure a la figura de la dreta. Indica tot seguit una de les possibles distribucions de nombres que podríem trobar per a les cares que no es veuen.

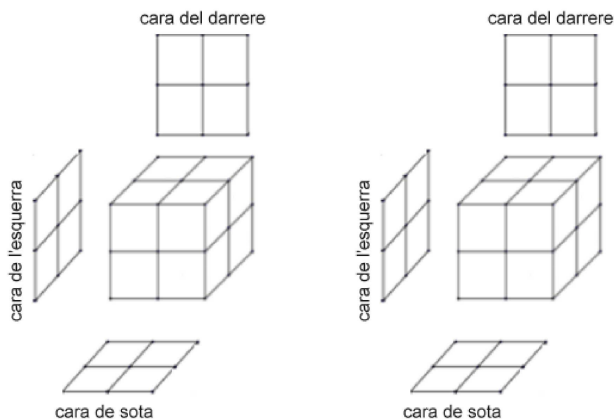


Nota: et donem dues figures per si et cal fer alguna correcció, però només has de donar **UN** exemple.



- b) Amb 8 dels nostres daus, ¿podem formar un cub que tingui en cada cara els 4 nombres iguals? Si creus que és possible indica, en la figura següent, una possible distribució dels nombres i, si creus que no ho és, explica per què.

Nota: com abans et donem dues figures per si vols corregir, però només has de donar **UN** exemple o bé redactar, a l'espai en blanc, l'explicació de per què no es pot fer

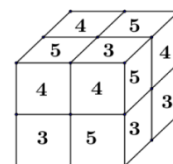


Continua al darrere

- c) Explica per què, si despleguem les cares exteriors d'un cub construït amb 8 daus com els d'aquest problema, no podem tenir els nombres col·locats tal com mostra la representació següent:

		3	5					
		4	3					
3	3	5	4	5	3	4	5	
4	5	3	3	4	3	5	4	
		4	5					
		5	4					

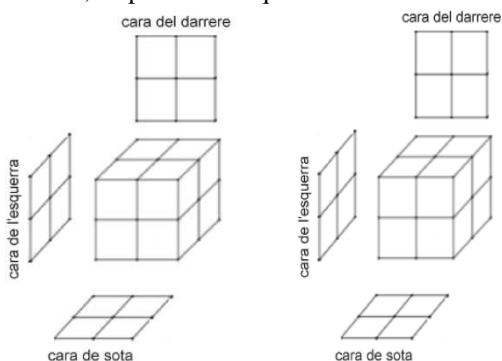
Ara, a cada cara li assignem la suma dels nombres que hi ha en la cara. Així en el cub que us hem donat d'exemple a l'apartat a), que tornem a reproduir aquí a la dreta, a la cara de dalt li assignem el 17, a la del davant el 16 i a la de la dreta el 15.



- d) Seguim mirant el cub de l'apartat a). D'acord amb la teva resposta d'aquell apartat, assigna nombres a les tres cares que no es veuen (la de sota, la de darrera i la de l'esquerra). Quina és la suma dels sis nombres assignats a les sis cares?

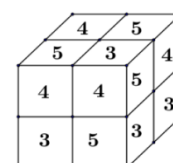
- e) Posa un altre exemple de cub format amb 8 daus com els d'aquest problema i calcula la suma dels 6 nombres assignats a les 6 cares.

Nota: com sempre, et donem dues figures per si vols corregir, però només has de donar **un** exemple i a la dreta, en l'espai en blanc, respondre allò que se't demana.



- f) Què observes pel que fa a la suma del nombre assignat a les 6 cares? Sabries explicar perquè sempre serà així?

- g) Seguint amb el mateix cub del qual a l'apartat a) i al d) se'n mostren tres cares, explica (en un altre full) de quantes maneres diferents creus que es podrien completar els nombres de les tres cares que no es veuen.



Nom i cognoms _____

PROBLEMA 4. EL REPARTIMENT DE MONEDES

El pare de cinc germanes, l'Àlícia, la Berta, la Carla, la Diana i l'Elena, juga a repartir monedes entre elles seguint sempre aquestes indicacions:

- Cada una d'elles rep, com a mínim, una moneda.
- L'Àlícia rep menys monedes que la Berta, la Berta rep menys monedes que la Carla, la Carla rep menys monedes que la Diana, i la Diana en rep menys que l'Elena.

Cada germana només sap les monedes que té ella mateixa i el nombre total de monedes repartides. Cap de les cinc germanes pot mirar quantes monedes reben les altres; el joc consisteix en mirar de deduir-ho.

a) Si el pare reparteix 15 monedes, ¿es pot determinar quantes monedes ha rebut cadascuna de les germanes? Explica la teva resposta.

b) Ara el pare diu que repartirà 17 monedes. Tot seguit la Diana diu: «sigui el que sigui el nombre de monedes que em donis a mi, jo podré saber quantes monedes has donat a cada una». ¿Creus que la Diana ho ha encertat quan ha dit aquesta frase? I si la digués l'Elena, ho encertaria? I si la digués l'Àlícia? Explica les teves respostes.

Continua al darrere

- c) Quan el pare reparteixi 18 monedes, ¿quina o quines de totes les germanes poden dir amb encert la frase «sigui el que sigui el nombre de monedes que em donis a mi, jo podré saber quantes monedes has donat a cada una»? Explica la teva resposta.
- d) Estudia quin és el nombre més petit de monedes que ha de repartir el pare perquè aleshores cap de les cinc germanes pugui encertar-ho si diu la frase «sigui el que sigui el nombre de monedes que em donis a mi, jo podré saber quantes monedes has donat a cada una». Explica la teva resposta.