

Les solucions raonades s'han d'escriure en el full de respostes corresponent. Pots escriure pel davant i pel darrere. No et descuidis de posar el teu nom i cognoms i el número del problema.

PROBLEMA 1. EL ROBOT TRAMOL

TRAMOL és un robot que pot pujar les escales. Està preparat per entendre tres comandaments. Si rep l'ordre **A** puja 1 esglaó; si rep **B** en puja 2 de cop i si rep **C**, en puja tres. Per comunicar-nos amb TRAMOL li enviem missatges amb lletres.



Així si li enviem el missatge **AABC** pujarà 7 esglaons i ho farà en aquest ordre: primer dos esglaons d'un en un, després dos esglaons de cop i per últim, tres de cop. En canvi si li enviem el missatge **CAC**, pujarà també 7 esglaons però d'una manera diferent de l'anterior.

- a) Mira tres exemples diferents de missatges que li podem enviar a TRAMOL si volem que pugui 4 esglaons:
AC, ABA, AAB.

Escriu tots els diferents missatges que li podem enviar a TRAMOL perquè pugui exactament 4 esglaons.

- b) Ara ens fixarem en els missatges que fan que TRAMOL pugui 6 esglaons. Respon raonadament, explicant el per què, les qüestions següents

b1) Hi ha algun d'aquests missatges en què la **A** aparegui exactament 5 cops?

b2) N'hi ha algun en què la **A** aparegui exactament 4 cops? Si creus que sí, digues en quants i escriu-los.

b3) N'hi ha algun en que no aparegui la **A**? En cas afirmatiu, quants missatges hi ha sense la **A**?

b4) Hi ha algun missatge en què apareguin la **B** i la **C** (totes dues) i no aparegui la **A**? Per què?

b5) En total, si volem que pugui 6 esglaons, quants missatges diferents li podem enviar?

- c) Quants missatges diferents podem enviar a TRAMOL perquè pugui 8 esglaons?

La solució raonada d'aquest problema s'ha d'escriure en aquets mateix full, uns apartats al davant i uns altres al darrere. No et descuidis de posar el teu nom i cognoms.

Nom i cognoms _____

PROBLEMA 2. RECTES I CIRCUMFERÈNCIES

a) (RECTES)

Ja saps que dues rectes es poden tallar en un punt o no tallar-se.

a1) Quin és el nombre **màxim** de punts de tall entre dues rectes que podem aconseguir si dibuixem 3 rectes?

a2) I si en dibuixem 4?

a3) I si en dibuixem 12?

a4) Explica com calcularies, en general, el nombre **màxim** de punts de tall que podem aconseguir si considerem un nombre qualsevol de rectes, n .

b) (Circumferències)

En aquest apartat has de buscar punts de tall entre dues circumferències, també en diferents situacions.

b1) Quin és el nombre **màxim** de punts de tall que podem aconseguir si dibuixem 3 circumferències?

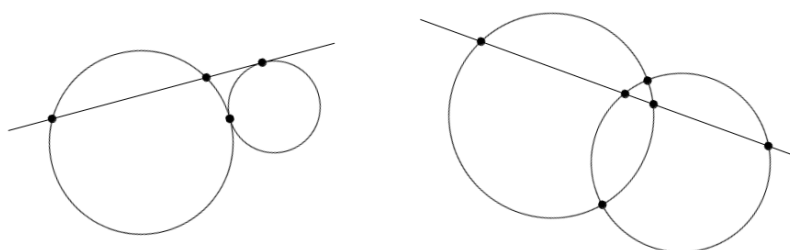
b2) I si en dibuixem 4?

b3) I si en dibuixem 12?

b4) Explica com calcularies, en general, el nombre **màxim** de punts de tall que podem aconseguir si considerem un nombre qualsevol de circumferències, n .

c) (Rectes i circumferències)

En cada un dels dibuixos següents veus dues circumferències i una recta i en un cas hi ha quatre punts d'intersecció entre dues de les figures i en l'altre sis.



c1) Quin és el nombre **màxim** de punts de tall que podem aconseguir si dibuixem dues rectes i dues circumferències?

c2) I si dibuixem tres rectes i tres circumferències?

c3) I si dibuixem dotze rectes i dotze circumferències?

c4) Explica com calcularies, en general, el nombre **màxim** de punts de tall que podem aconseguir si considerem un nombre qualsevol de rectes, n , i el mateix nombre de circumferències, n .

Les solucions raonades s'han d'escriure en el full de respostes corresponent. Pots escriure pel davant i pel darrere. No et descuidis de posar el teu nom i cognoms i el número del problema.

PROBLEMA 3. SUMA DE NOMBRES IMPARELLS

Alguns nombres es poden expressar com a suma de nombres positius imparells consecutius. Per exemple, $64=31+33$, però també $64=13+15+17+19$.

Un altre exemple: $309=101+103+105$.

- a) Escriu 120 com a suma de nombres imparells consecutius de dues maneres diferents. Has de comentar-ho perquè es vegi clar com ho fas.
- b) Escriu 156 com a suma de nombres imparells consecutius de totes les maneres possibles. Explica el teu raonament.
- c) Pots expressar 250 com a suma de nombres imparells consecutius? Per què?
- d) Pots expressar 609 com a suma de nombres imparells consecutius? I el 606? Per què?
- e) Podries dir quins nombres SÍ que poden ser escrits com a suma de dos nombres positius imparells consecutius i quins nombres NO poden escriure's d'aquesta manera? Raona la teva resposta.
- f) Podries dir quins nombres SÍ que poden escriure's com a suma de tres nombres positius imparells consecutius i quins nombres NO poden escriure's d'aquesta manera? Raona la teva resposta.

La solució raonada d'aquest problema s'ha d'escriure en aquets mateix full, uns apartats al davant i uns altres al darrere. No et descuidis de posar el teu nom i cognoms.

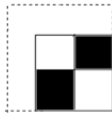
Nom i cognoms _____

PROBLEMA 4. QUADRADETS NEGRES I BLANCS

Mira aquest dibuix d'un tauler de 3 x 3.

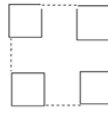


Del tauler esborrem la fila de dalt i la columna de l'esquerra.



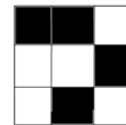
Com pots veure hi ha quedat algun quadradet negre.

Però si esborrem la fila del mig i la columna del mig ens quedem amb

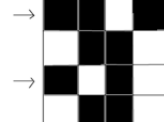


és a dir, sense cap quadradet negre.

En canvi, pots comprovar que en aquest altre tauler de 3 x 3 siguin les que siguin la fila i la columna que esborrem sempre queda algun quadradet negre.



I també pots comprovar que en el tauler 4 x 4 que tens a la dreta, amb alguns quadrats acolorits de color negre i els altres blancs, si eliminem les dues files i les dues columnes indicades amb les fletxes, els quadradets que queden són tots blancs. Però això no és sempre així; en aquest problema et demanem que ho estudiïs.



Tens un full de resposta adequat per aquest problema i un altre full auxiliar amb quadrícules

- a) Et demanem que estudiïs com pintaries de negre **vuit** quadradets en un tauler 4 x 4 de manera que quan s'esborrin dues files i dues columnes **qualssevol** sempre quedi algun quadradet negre.
- b) Et demanem que pintis de negre **set** quadradets en un tauler 4 x 4 de manera que quan s'esborrin dues files i dues columnes **qualssevol** sempre quedi algun quadradet negre.
- c) Estudia si pots aconseguir el mateix objectiu que s'ha indicat en els apartats a) i b) pintant **únicament sis** quadradets? Si la resposta és afirmativa hauràs d'explicar com els pintes. Si la resposta és negativa, hauràs de justificar per què no pots aconseguir-ho.
- d) Finalment et demanem que treballis en un tauler de 8 x 8. Quin és el **nombre mínim** de quadradets que has de pintar de negre de manera que a l'esborrar QUATRE files i QUATRE columnes qualsevol, sempre quedi algun quadradet negre?

