

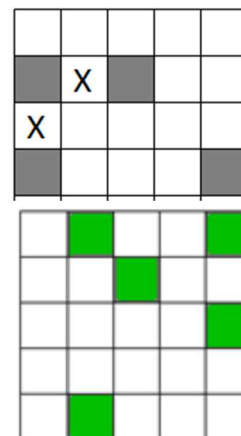
Activitat per a alumnes de 1r i 2n d'ESO
23 de febrer de l'any 22

Problemes de la branca d'olivera

- En Joan s'entreté fent dibuixos en un tauler quadrat de 5 x 5. Primer coloreix, sense seguir cap criteri, algunes caselles. Després mira cada casella en blanc: si té en comú dos costats o més amb unes altres caselles pintades, la pinta també; altrament, la deixa en blanc. Després en Joan va repetint el procés fins que, amb les regles que s'ha inventat, no pot pintar cap casella més o estan totes pintades.

Al dibuix de la dreta tens un exemple on estan marcades les quatre caselles que havia acolorit inicialment i les dues primeres caselles noves que pintarà. En el dibuix de la dreta, en un segon pas podria pintar una altra casella i en un tercer pas, dues més, i així successivament fins que ja no en pogués pintar cap més.

Si comença amb el caseller que veus ara a la dreta amb cinc caselles acolorides en verd, quantes caselles quedaran pintades quan acabi tot el procés?



La resposta passa com a nombre *M* al problema 7.

- Tenim els dos nombres $A = 795163$
 $B = 492876$

Volem suprimir tres xifres d' A i escriure les altres tres en l'ordre en què apareixen, per a formar un nombre de tres xifres, a , i també volem fer el mateix amb el nombre B per a formar un nombre de tres xifres, b , i volem fer la resta $a - b$. Un exemple:

$$A = \cancel{795}163 \rightarrow a = 713$$

$$B = \cancel{492}876 \rightarrow b = 287$$

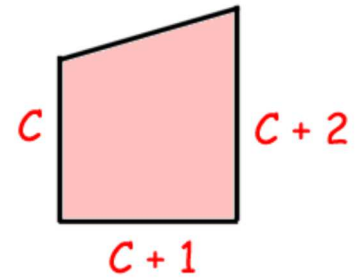
$$a - b = 426$$

Quins són els valors de a i de b que ens permeten obtenir el valor positiu més petit que pot tenir $a - b$?

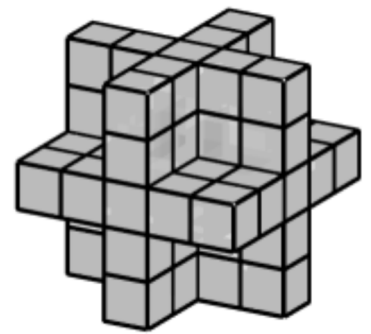
Nota: al formulari de resposta haureu d'escriure a seguit de b , com un nombre de sis xifres. Vegeu que no es pregunta quina és la diferència sinó quins són els dos nombres.

3.- Ve un nombre C del problema 5

Un equip de topògrafs va rebre l'encàrrec de posar les fites que delimitaven un terreny quadrat de tants metres de costat com indica el nombre C que ve del problema 5, però, per un error en el funcionament dels aparells, les mesures dels tres primers costats van ser, en metres, de C , $C+1$ i $C+2$, en aquest ordre. Els tres costats, això sí, els van determinar perpendicularment i després ja va tancar el polígon que, és clar, ja no era un quadrat. Quin és, en m^2 , l'augment de superfície del terreny mesurat respecte del que els havien encarregat?



4.- L'objecte de la figura està format per petits cubs iguals, encolats sense que quedi cap espai buit amagat. El mirem des del costat que el mirem (pel davant o pel darrera, per la dreta o per l'esquerra, per dalt o per baix) sempre el veiem igual. Amb quants cubs està fet l'objecte?



La resposta passa com a nombre B (que serà la base d'una potència) al problema 9

Problemes del colom de la pau

5. Ens posem a escriure un nombre molt llarg

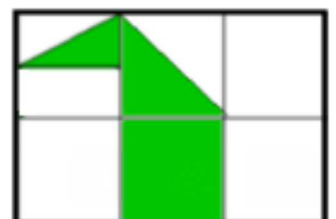
2021202220212022...,

alternant 2021 i 2022 i començant amb el 2021.

Si parem d'escriure quan el nombre tingui 2022 xifres (encara que en aquell moment no s'acabi d'escriure del tot ni un 2021 ni un 2022), quines seran les tres últimes xifres escrites?

La resposta passa al problema 3 com a nombre C

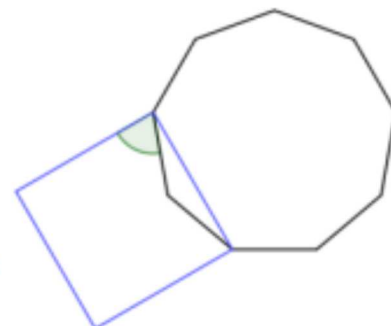
6.- Quina fracció de l'àrea del rectangle de la figura de la dreta (que com veieu es pot descompondre en sis quadrats iguals) està pintada de color verd?



7. **Ve un nombre M del problema 1**

L'Eloi i la Francesca fan cadascú la seva col·lecció de cromos. Si l'Eloi tingués M cromos més que la Francesca (on M vol dir el nombre que ve del problema 1) entre tots dos en tindrien 106. Però en realitat l'Eloi té M cromos menys que la Francesca. Quants cromos té l'Eloi?

8. La figura mostra un quadrat i un enneàgon regular (polígon de 9 costats, del qual pots deduir quin n'és l'angle o consultar-lo adequadament.) Es demana que dedueixis la mesura en graus de l'angle indicat a la figura, el que formen un costat de l'enneàgon i un costat del quadrat (exterior a l'enneàgon).



El valor numèric de la resposta, multiplicat per 100, passa con nombre E (que allà és un exponent) al problema 9

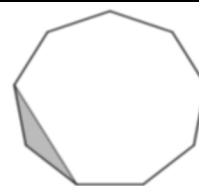
Reptes finals

9. **Venen dos nombres: B del problema 4, i E (un nombre gran, recordeu que és el valor numèric de la resposta multiplicat per 100) del problema 8**

Si B és el nombre que ve del problema 4 i E és el nombre que ve del problema 8, quines són les dues darreres xifres de B^E ?

Nota: adoneu-vos que ens interessen les dues darreres xifres i això potser us permetrà establir un patró per veure "com acaba" aquest nombre tan gran que, de fet, té bastantes més de 2000 xifres.

10. En el problema 8 anava bé treballar amb un triangle isòsceles que tenia els seus tres vèrtexs en tres vèrtexs d'un enneàgon regular: el que veieu a la dreta.



Es demana quants triangles isòsceles diferents es poden dibuixar que tinguin tots els seus tres vèrtexs en els vèrtexs d'un enneàgon regular

A tenir en compte: Adoneu-vos que es demanen *triangles diferents*, és a dir, que tinguin diferent forma independentment de la posició. Per exemple aquests dos següents són dos triangles isòsceles iguals i per tant aquests (i d'altres iguals que ells) només els hem de comptar una vegada.



Atenció!!! En aquest problema considerem que **un triangle equilàter el podem qualificar com a isòsceles**. I n'hi ha que responen al problema!

En el problema de propina 1 us demanem que continueu l'estudi que es planteja en aquest problema. Ara només us demanem quants triangles isòsceles diferents (de diferent forma independentment de la posició) hi ha. Allà es demana de fer el recompte de quants triangles isòsceles es poden comptar en total.

Problemes de propina

Propina 1.

En el problema 10 us hem preguntat quants tipus de triangles isòsceles (o equilàters) es poden fer que tinguin tots tres vèrtexs en els vèrtexs d'un enneàgon regular. Ara us demanem que avanceu una mica més i que feu el recompte de quants triangles isòsceles (o equilàters) es poden fer, en total, amb tots els seus tres vèrtexs en els d'un enneàgon regular donat.

Propina 2

En Carles i l'Anna estan fent un joc, que ha començat amb 27 fitxes a la taula.

Les regles de joc que han pactat estableixen que poden agafar per torns una, dues, tres o quatre fitxes, cada vegada les que vulguin. Han decidit que guanya la partida qui, al final, quan s'acabin les fitxes de la taula tingui un nombre parell de fitxes a la mà.

Ara mateix, que ja han fet unes quantes jugades queden 6 fitxes a la taula, en Carles té 13 fitxes i l'Anna en té 8. És el torn de l'Anna. Ella sap que pot fer una jugada que deixarà al Carles en una situació perdedora. És a dir que, per a cada jugada que faci en Carles, l'Anna tindrà una resposta que li farà guanyar.

Quantes fitxes ha de retirar l'Anna per a guanyar segur?

Nota: si creieu que l'Anna no pot establir cap estratègia que la faci guanyar segur, respondreu 0.

Propina 3

Formem un rectangle amb 4 de més petits, A , B , C i D . Si el rectangle A té de perímetre 10 cm, el B té perímetre 20 cm, el C 14 cm, i el D 24 cm, quin és el perímetre del rectangle gran que hem format?

| | |
|-----|-----|
| A | B |
| C | D |

(dibuix orientatiu, únicament per mostrar la posició dels rectangles A , B , C i D ;
no està fet pas amb mides exactes)

Propina 4

Busqueu un nombre N de dues xifres, en què a és la xifra de les desenes, i b és la xifra de les unitats, que compleixi que si multipliquem $N \cdot a \cdot b$ el resultat és 1950.