

Problemes a l'esprint. Equips de batxillerat, 8 de febrer de 2017

Nota: En els problemes de geometria en què es donen figures només s'han de prendre com un esquema; no estan fetes d'acord amb les mesures que es donen en els enunciats

1.- Anomenem *primerial* d'un nombre enter positiu al producte de tots els nombres primers més petits o iguals que el nombre. Així $\text{primerial}(3) = 3 \times 2 = 6$ i també $\text{primerial}(4) = 3 \times 2 = 6$. Quin és el nombre natural N més petit per al qual hi ha 4 nombres n enters positius diferents que compleixen $\text{primerial}(n) = N$?

La suma de les xifres de la resposta passa com W al problema 7

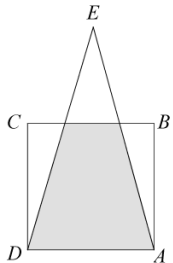
2.- Quin és el resultat de la multiplicació següent?

$$\begin{array}{r} \square \square \square \\ \times \square \square \square \\ \hline 22\square\square \\ 90\square \\ \square\square 2 \\ \hline 56\square\square\square \end{array}$$

(en cada requadre s'hi ha de posar una xifra; les que fan que la multiplicació estigui ben feta, sense cap altra condició)

3.- (ve un nombre S , de dues xifres, els milers de la resposta del problema 5)

En la figura, $ABCD$ és un quadrat de costat 10 cm i AED és un triangle isòsceles. L'àrea del trapezi ombrejat és $S \text{ cm}^2$. Quina és l'àrea del triangle AED ?



4.- Direm que un nombre és *no supersticiós* si és igual a 13 vegades la suma de les seves xifres.

Quin és el nombre enter positiu més gran que és *no supersticiós*?

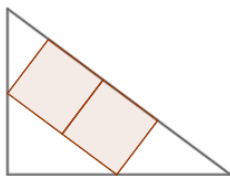
La resposta passa al problema 9 com a nombre B

5.- En una ciutat hi ha des de fa bastants anys exactament 100.000 habitatges.

També des de fa bastants anys es mantenen les mateixes taxes de variació anual: el 10% dels habitatges destinats al lloguer deixa de ser-ho i el 40% dels que no ho són s'incorporen al mercat de lloguer. Resulta que aquest any hi ha els mateixos pisos de lloguer que fa 3 anys. Quants pisos de lloguer hi ha actualment?

El nombre de milers de la resposta (un nombre de dues xifres) passa al problema 3 com a nombre S

6.- Hem dibuixat dos quadrats iguals, amb un costat sobre la hipotenusa d'un triangle rectangle de costats 3 cm, 4 cm i 5 cm. Els dos quadrats tenen un costats en comú i l'altre vèrtex el tenen un en cadascun dels catets, com mostra la figura.



Quina és la longitud del costat dels quadrats?

7.- (ve un nombre W del problema 1; la suma de les xifres de la solució)

Una funció $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ per a la qual $f(1) = 4$ i $f(4) = W$ compleix $f(f(x)) = f(x+2) - 3$.

Quin és el valor de $f(5)$?

8.- Tenim una bossa amb cinc boles numerades de l'1 al 5, que tenen totes la mateixa probabilitat de ser escollides quan traiem una bola de la bossa. Traiem una bola d'aquesta bossa i diem a al nombre que assenyalava; la tornem a la bossa; traiem una segona bola, b ; la tornem a la bossa; traiem una tercera bola, c . Quina és la probabilitat que $a \cdot b + c$ sigui un nombre parell?

La resposta es demana com a fracció irreductible. El numerador passa al problema 9 com a nombre A .

9.- (venen dos nombres A del problema 8 i B del problema 4)

En una carrera de cargols hi participen tres cargols i cadascun corre tota l'estona a la mateixa velocitat. Quan el guanyador arriba a la meta, al segon cargol li falten A mm per a arribar-hi i al tercer cargol li falten B mm. Quan el segon cargol arriba a la meta, al tercer encara li falten 140 mm per a arribar-hi. Quina era la longitud de la cursa?

La xifra de les unitats de la solució passa com a longitud m al problema següent, i la xifra de les desenes hi passa com a nombre n

10.- D és un punt interior a un triangle rectangle ABC (angle recte en B) que compleix que l'àrea del triangle ABD és la tercera part de l'àrea del triangle ABC i que l'àrea del triangle BDC és la quarta part de l'àrea del triangle ABC . A més sabem que les distàncies de D als vèrtexs A i C són, respectivament, m cm i n cm. Calcula la distància de D al vèrtex B .

