

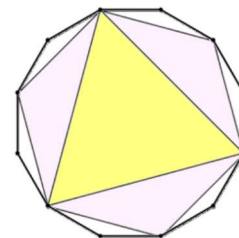
Esprint batxillerat- 8 de febrer de 2023



(pàgina 1 de 4) **Primer grup de problemes**

1. Unint vèrtexs d'un polígon regular de 12 costats podem aconseguir un hexàgon regular, i unint vèrtexs d'aquest hexàgon podem aconseguir un triangle equilàter i així tenim una cadena de tres polígons regulars encaixats.

Quin és el màxim nombre de polígons regulars que podem aconseguir dibuixar encaixats, amb la idea anterior, a partir d'un polígon de 400 costats?



La resposta passa al problema 7 com a nombre N .

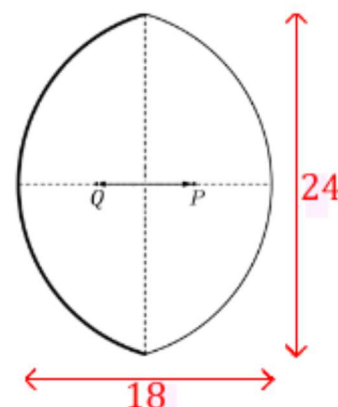
2. En una rifa les butlletes tenen nombres de 4 xifres, del 1000 al 9999. Quina és la probabilitat que el primer premi sigui un nombre que tingui el producte de les xifres igual a 0?

Haureu d'escriure la resposta com una fracció irreductible.

3. **Ve un nombre P del problema 5 (que és el denominador de la resposta d'aquell problema)**

Quin és el valor mínim de la funció $f(x) = x^2 + Px + 28$ en el conjunt de valors de x que compleixen $x^2 - Px + 28 \leq 0$?

4. Volem dibuixar amb regla i compàs una lent simètrica d'altura 24 cm i amplada 18 cm, com es mostra a la imatge. Per a dibuixar l'arc esquerre hem de punxar el compàs en un cert punt P a la dreta del centre de la lent i per a dibuixar l'arc dret en un punt Q a l'esquerra del centre. Quina ha de ser la distància PQ ?



La resposta passa al problema 9 com a nombre A .

Esprint batxillerat- 8 de febrer de 2023



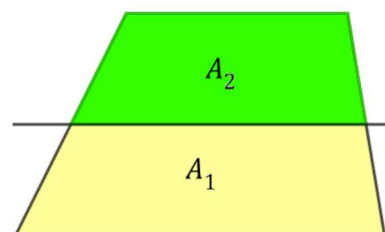
(pàgina 2 de 4) **Segon grup de problemes**

5. Un rellotge d'agulles marca les 11 en punt. Quants minuts han de passar perquè les dues busques formin per primer cop un angle recte?

Haureu d'escriure la resposta com una fracció irreductible.

El denominador de la resposta passa al problema 3 com a nombre P .

6. Si en un trapezi tracem la paral·lela mitjana queden determinats dos nous trapezis. Anomenarem A_1 i A_2 , respectivament, les àrees del trapezis que queden tocant a la base major i a la base menor i $k = \frac{A_1}{A_2}$.



L'Albert, la Berta, en Carles, la Diana i l'Enric han dibuixat cadascú un trapezi i ens diuen que han obtingut com a valor de k , respectivament, $3/2$, $8/3$, $4/3$, $10/3$ i 2 . Un d'aquests valors segur que està equivocacat. Quin d'aquests és el nombre que no pot ser el valor de k per a cap trapezi?

Haureu d'escriure la resposta tal com es dona a l'enunciat.

7. **Ve un nombre N del problema 1.**

En una bossa hi ha N boles. Dues són blanques i les altres són negres. En un joc d'apostes es treuen les boles de la bossa, una per una, successivament, sense devolució. Cada apostant ha de dir un número de l'1 al N i obté premi si el nombre que ha dit és el lloc en què surt la primera bola blanca. Quin nombre diríeu per a tenir la màxima probabilitat de guanyar?

8. En un camí que té forma de polígon regular, tres persones, l'Anna, en Bernat i la Verònica estan alhora en un mateix vèrtex. Es posen a caminar: l'Anna en sentit horari i en Bernat i la Verònica en sentit antihorari. L'Anna va el doble de ràpid que en Bernat i en Bernat el doble ràpid que la Verònica. Al cap d'una estona l'Anna es troba amb en Bernat en un vèrtex i, caminant sempre a la mateixa velocitat, dos vèrtexs més endavant en el seu camí troba la Verònica. Quants vèrtexs té el polígon?

Si la resposta és R cal passar al problema 9 el nombre $B=2R/3$.

Esprint batxillerat- 8 de febrer de 2023

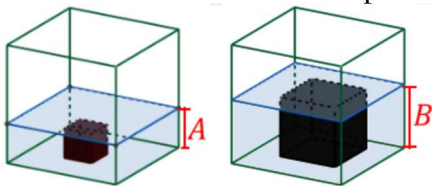


(pàgina 3 de 4) **Reptes finals**

9. **Venen dos nombres A i B dels problemes 4 i 8 respectivament.**

Recordeu que A és la resposta del problema 4, i que si R és la resposta del problema 8 heu de prendre $B=2R/3$

En un aquari de forma cúbica hi ha una certa quantitat d'aigua. Si hi submergim un cub de ferro de A cm de aresta, que reposa ben bé sobre el fons de l'aquari, l'aigua arriba justament fins a la cara superior del cub. Traiem el cub de A cm d'aresta i n'introduïm un altre de B cm d'aresta i, quina casualitat!, el nivell de l'aigua també arriba exactament fins a la cara superior del cub.



Fins a quina altura arribarà el nivell de l'aigua si, després de treure l'anterior cub, n'introduïm un altre de 9 cm d'aresta?

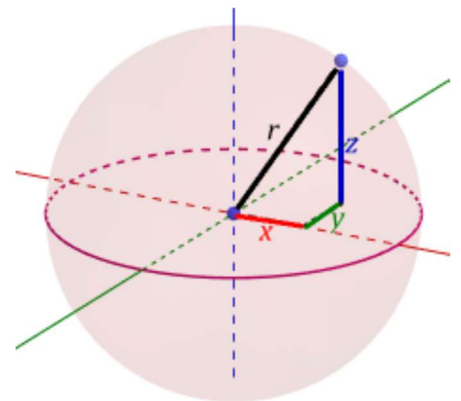
Haureu d'escriure la resposta com un nombre decimal arrodonit a les centèsimes (amb la coma a baix per separar la part entera de la part decimal)

La resposta, arrodonida en aquest cas a un nombre enter, passa al problema següent com a nombre r .

10. **Ve un nombre r del problema anterior**

Una esfera de radi r té el centre en l'origen $(0, 0, 0)$ d'un sistema de coordenades cartesianes (eixos perpendiculars, les mateixes unitats en cada eix).

Quants punts d'aquesta esfera compleixen que les seves tres coordenades són nombres enters?



Esprint batxillerat- 8 de febrer de 2023



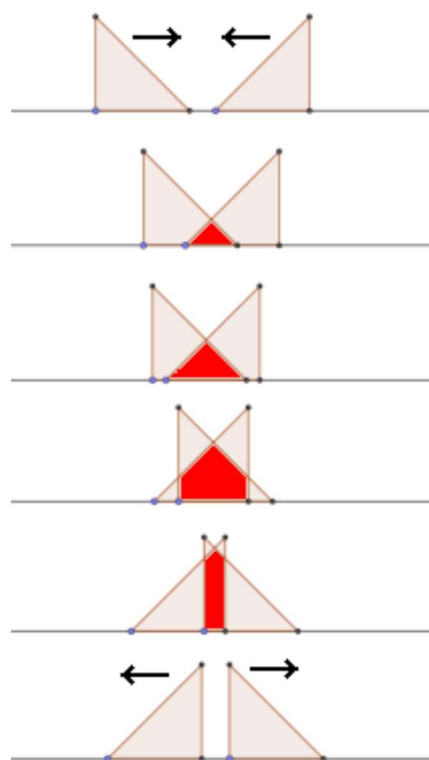
(pàgina 4 de 4) Problemes de propina

- P1.- Quants nombres de 10 xifres diferents hi ha en què cada xifra (excepte el 9) en tingui una just al seu costat, a la dreta o a l'esquerra, que sigui més gran que ella?
(Nota: s'entén que els nombres, en escriptura correcta, no tenen mai la primera xifra igual a 0)

- P2.- Dos triangles rectangles isòsceles iguals, amb la longitud dels catets de 4 cm, sempre amb un dels catets sobre un segment horitzontal, llisquen en direccions contràries, (vegeu la imatge).

Quin és el valor de l'àrea màxima que pot tenir el polígon en què se superposen els dos triangles?

Haureu d'escriure la resposta com una fracció irreductible



- P3.- Determineu tres nombres primers p, q, r que compleixin $p + q^2 = r^4$