



Problemes  
a l'esprint



## Convocatòria per a batxillerat. 10 de febrer de 2016



Calculeu quin és el nombre positiu  $N$  més gran amb la propietat que la part entera de  $N$  és igual al sèptuple de la part decimal de  $N$ .

**sèptuple.** Que és com set vegades un altre nombre

**Nota:** tot i que que l'enunciat parla de part entera i de part decimal, la resposta es demana com una fracció irreductible, i així s'assegura que es pot escriure amb exactitud, sigui la que sigui la llargada de la part decimal.

Heu de passar el numerador de la resposta al problema 7. Allà s'en diu número  $B$ .



Quin nombre ocupa el lloc 2016 en la successió de nombres parells

2, 2, 4, 4, 4, 4, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 10, 10,...

formada per dos 2, quatre 4, sis 6, vuit 8, deu 10 i així successivament?



Per resoldre aquest problema cal conèixer un nombre  $F$   
que us han de passar del problema 5  
i n'és la solució multiplicada per 10

En una granja hi ha ovelles i gallines.

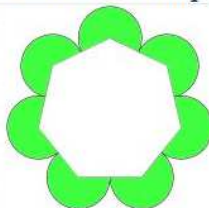
El nombre d'ovelles és més del doble però menys del triple que el nombre de gallines.

El nombre total de potes i caps dels animals de la granja és el nombre  $F$ .

Quantes ovelles i quantes gallines hi ha a la granja?



La figura mostra un heptàgon regular i set sectors circulars iguals, acolorits, que corresponen a cercles tangents dos a dos, de centre en els vèrtexs de l'heptàgon.



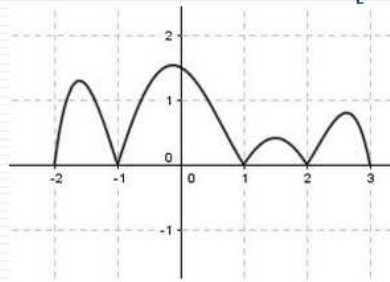
El costat de l'heptàgon regular té una longitud de 4 cm. L'àrea total acolorida és igual a  $K \cdot \pi$  cm<sup>2</sup>.  
Quin és el valor de  $K$ ?

La resposta passa com a nombre  $K$  al problema 9.



En aquest problema  $||$  representa el valor absolut.

A la imatge teniu la gràfica d'una funció definida en l'interval  $[-2, 3]$

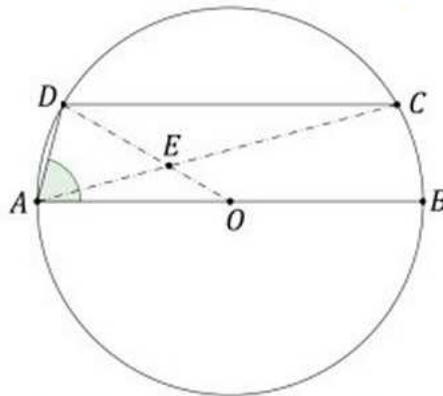


Quantes gràfiques diferents, de funcions contínues  $y = f(x)$  definides en l'interval  $[-2, 3]$ , tenen la propietat que la gràfica de la funció  $y = |f(x)|$  és la mateixa que la que teniu a la imatge?

**La resposta numèrica multiplicada per 10 passa al problema 3. Allà rep el nom de nombre  $F$**



En la figura,  $CD$  és una corda de la circumferència de centre  $O$  que és paral·lela al diàmetre  $AB$ .



El radi  $OD$  talla el segment  $AC$  en un punt  $E$  per al qual es compleix que  $AD = DE$ .  
Quina és la mesura de l'angle  $OAD$ ?

**Per resoldre aquest problema cal conèixer un nombre  $B$  que és el numerador de la solució del problema 1.**

Tirem quatre daus "perfectes" amb les cares de cada un numerades de l'1 al 6.

Quina és la probabilitat que el producte dels quatre nombres que obtenim sigui igual a  $B$ ?



Un nombre  $M$  enter positiu té exactament set divisors enters positius.

Si posem aquests set divisors en ordre creixent, la suma dels tres nombres centrals de la llista és 2793.

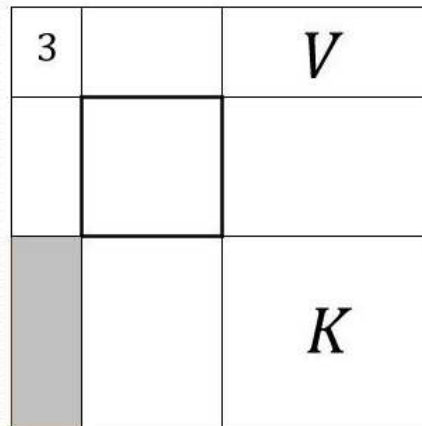
Quina és la xifra de les unitats del nombre  $M$ ?

**La solució (només es demana xifra de les unitats de  $M$ )  
passa al problema 9 com a nombre  $V$ .**



Per trobar la resposta d'aquest problema cal conèixer el valor de dos nombres que passen respectivament del problema 4 ( $K$ ) i del problema 8 ( $V$ )

Hem descompost un quadrat en nou rectangles mitjançant paral·leles als costats del quadrat. Sabem les àrees de tres d'aquests rectangles (vegeu la figura; una és 3 i les altres dues àrees són els valors que passen del problema 4 ( $K$ ) i del problema 8 ( $V$ )). També sabem que el rectangle central ha resultat ser un quadrat.



Quin és el perímetre del rectangle ombrejat?

La resposta numèrica d'aquest problema passa al problema següent com a nombre  $U$ .



Aquest és el darrer repte del concurs!

Considereu el sistema d'equacions següent:

$$\left. \begin{aligned} x + y &= m^2 \\ y + z &= U \cdot m \\ x + z &= 4 \end{aligned} \right\}$$

on  $m$  representa un nombre real.

Quin és l'interval de valors de  $m$  per als quals  $x \leq y \leq z$  ?