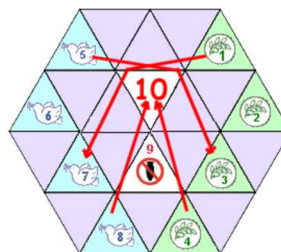


Problemes a l'esprint per a equips de batxillerat 7 de febrer de 2024



CREAMAT

Pàgina 1 Primer grup de problemes (*branca d'olivera*)

Pàgina 2 Segon grup de problemes (*colom de la pau*)

Pàgina 3 Reptes finals (*No a la guerra*)

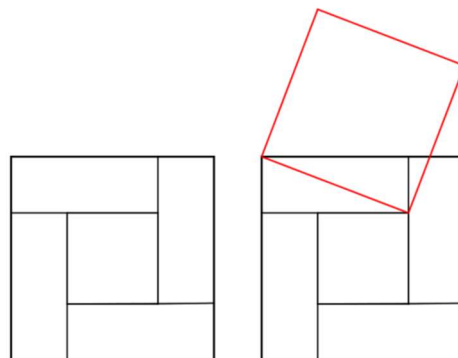
Pàgina 4 Problemes de propina

Primer grup de problemes

1.- 21 persones de dues nacions diferents, aficionades als escacs, es reuneixen per fer un campionat. Al llarg del campionat, cada persona de la primera nació juga contra 4 persones de la segona nació, i cada persona de la segona nació juga contra 3 persones de la primera nació. Quantes de les persones concursants eren de la primera nació?

La resposta passa al problema 7 com a nombre N

2.- La primera figura mostra un quadrat que té l'àrea igual a 5 cm^2 , que està dividit en cinc figures amb la mateixa àrea d' 1 cm^2 cada una, que són quatre rectangles iguals i un quadrat. Quina és, en cm^2 , l'àrea del quadrat vermell de la segona figura?



3.- Ve un valor P del problema 5. Recordeu que és l'última xifra de la solució.

Volem posar els nombres de l'1 al 10, sense repetir-ne cap, un en cada quadradet de la figura de la dret, de manera que la fila superior, la fila inferior, la columna de l'esquerra i la columna de la dreta sumin igual. Ja tenim quatre nombres posats. Acabeu de completar l'engraellat sabent que amb les xifres que ja hi ha posades només hi ha una solució.

	8		
P			10
		7	

Al formulari de respostes trobareu un engraelat per a escriure la resposta.

4.- La família d'en Joan viuen en un poble apartat, lluny de l'estació del tren. Alguns dies, per raó de la feina, en Joan ha d'anar a portar un encàrrec a l'estació; hi arriba a les 5 en punt i torna cap a casa. Ahir hi anava però abans d'acabar el camí d'anada va rebre una trucada de mòbil dient-li que tornés cap a casa. Va donar la volta per anar cap a casa, i hi va arribar 22 minuts més aviat que els dies normals. A quina hora va rebre la trucada?

Com que l'hora en què li van fer la telefonada serà una estona abans de les 5, seran les 4 i M minuts. Et demanem el valor de M .

Nota: s'ha d'imaginar una situació ideal en què un cotxe pot circular tota l'estona a la mateixa velocitat i que així ho fa en Joan, que habitualment en Joan fa l'encàrrec sense perdre temps, i que tampoc no perd temps per donar la volta i canviar

El valor de M de la resposta passa al problema 10.

Segon grup de problemes

- 5.- En un test es plantegen 30 qüestions. La puntuació de cada pregunta és de 3 punts (si es respon correctament), 0 punts (si es deixa la resposta en blanc) o bé -1 punt (si la resposta és errònia). Quin és el mínim nombre de participants que permetrà assegurar *a priori* que almenys dos participants quedaran empatats amb la mateixa puntuació?

L'última xifra de la resposta passa al problema 3 com a valor P .

- 6.- L'equació

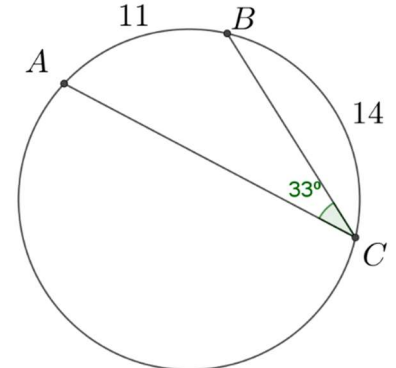
$$((x + 8)^2 - 2024)^2 - A^2 = 0$$

té exactament tres solucions reals diferents per a un cert nombre real positiu, A .
Quant val, en aquest cas, la suma d'aquestes tres solucions diferents?

- 7.- Ve un nombre N del problema 1.

Tenim escrits a la pissarra els nombres enters $1, 2, \dots, N$ sense repetir-ne cap. La Berta n'esborra sis a l'atzar. La seva amiga Cinta li diu: *mira, els sis nombres que has esborrat sumen un nombre parell i, per tant, els que han quedat a la pissarra sumen un nombre imparell*. Quina és la probabilitat que hagi succeït això que s'ha comentat?

- 8.- En una circumferència hem marcat tres punts A, B, C de manera que la longitud de l'arc AB és de 11 cm, la longitud de l'arc BC és de 14 cm, i l'angle amb què des del punt C es veu l'arc AB és de 33° . Quina és la longitud, en cm, de l'arc CA ?

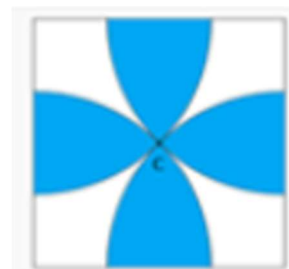


La resposta numèrica passa al problema 10 com a valor K

Reptes finals

- 9.- En un quadrat tracem els quatre quadrants de circumferència que tenen per centre un dels vèrtexs i que passen pel centre del quadrat.

Així queda dibuixada la figura que hem pintat de color blau.
Quin tant per cent de l'àrea del quadrat inicial ha quedat acolorida?



Nota: es demana el tant per cent arrodonit a un nombre enter,

- 10.- Per a l'enunciat d'aquest problema venen dos nombres, K del problema 8 i M del problema 4.

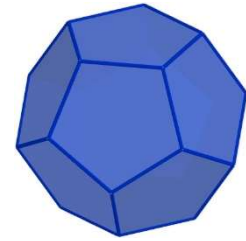
Escrivim 5 nombres enters positius, a, b, c, d, e , no necessàriament diferents, Els sumem per parelles de totes les maneres possibles: $a+b, a+c, a+d, a+e, b+c, \dots, c+e, d+e$ i observem que només apareixen tres resultats diferents, que són $K, 42$ i M . Quins són els cinc nombres que hem escrit?

En el formulari de resposta trobareu cinc caselles, en què haureu d'escriure els cinc nombres ordenats de més petit a més gran.

Problemes de propina

P1. Una diagonal d'un políedre convex és un segment que uneix dos vèrtexs que no són d'una mateixa cara.

Quantes diagonals té un dodecaedre regular?



P2. Quin és el nombre enter n més gran que fa que

$$n^2 + 2024n$$

sigui un quadrat perfecte?

P3. En un polígon regular de 7 costats triem tres costats diferents a l'atzar. Quina és la probabilitat que haguem triat tres costats que, si els perllonguem, formen un triangle que conté el polígon inicial?

