Problemes a l'esprint
per a equips de 1r i 2n d'ESO
14 de febrer de 2024

feemcat
Federació d'Entitats per a l'Ensenyament de les Matemàtiques a Catalunya

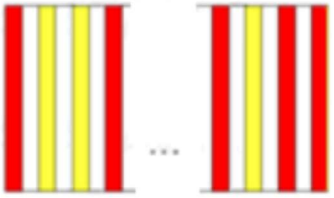
Societat Catalana de Matemàtiques

CREAMAT

Pàgina 1 Primer grup de problemes (*branca d'olivera*)
Pàgina 2 Segon grup de problemes (*colom de la pau*)
Pàgina 3 Reptes finals (*No a la guerra*)
Pàgina 4 Problemes de propina

Primer grup de problemes

1.- Un grup d'alumnes han fet una catifa posant alternativament una franja de color i una franja blanca, començant i acabant amb una franja de color. En total hi ha 33 franges de color, que poden ser vermelles o grogues i estan posades a l'atzar, sense seguir cap patró. S'observa que en total hi ha el doble de franges blanques que franges de color groc. Quantes franges vermelles hi ha?

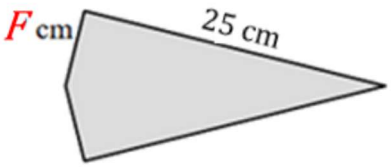


La resposta passa al problema 7 com a nombre M.

2.- La mestra ha escrit a la pissarra tots els nombres enters de dues xifres, des del 10 fins al 99. Li encarrega a en Jordi que esborri tots els nombres que són múltiples de 3. Però ell li demana si pot "salvar" els nombres múltiples de 3 que tenen un 7, perquè la xifra 7 li agrada molt. La mestra li diu que endavant i en Jordi ho fa tal com ha demanat. Dels 90 nombres que hi havia a la pissarra, quants en quedaran escrits?

3.- Ve un nombre F del problema 5

El quadrilàter de la figura té dos angles rectes i un eix de simetria. Quina és la mesura de la seva àrea?



4.- En la taula numèrica que teniu a la dreta hi ha resultats de multiplicacions. Però s'han esborrat la fila i la columna de caselles verdes, on hi havia els nombres que es multiplicaven. També s'han esborrat molts dels resultats (caselles blanques) tot i que, per sort, se n'han conservat els suficients per a poder reconstruir la taula. Us demanem quins són els valors de A, B, C, D, E.

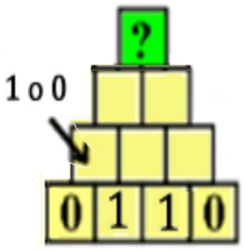
x					
	A	10		20	
	15	B	40		
	18		C	60	
		20		D	24
			56		E

Al formulari de resposta haureu d'escriure els cinc nombres, però, atenció!, el valor de B l'heu de passar al problema 10.

Segon grup de problemes

5.- S'ha d'omplir l'engraellat de la figura, des de la fila de baix fins a la casella del cim seguint la regla següent:

- En cada casella s'hi pot escriure el resultat de la suma o el resultat de la multiplicació dels dos nombres que hi ha a les dues caselles que té a sota i que hi toquen. En teniu un exemple en la figura.



No us demanem pas que escriviu totes les possibilitats però sí que us preguntem quants nombres diferents poden aparèixer en la casella marcada amb el signe d'interrogació.

La resposta passa al problema 3 com a valor F.

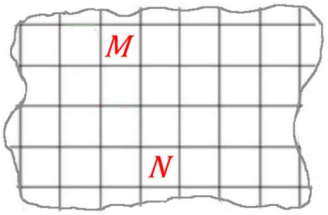
6.- La Lluïsa compta de 9 en 9 començant per l'1, i ho va dient així: 1, 10, 19, 28, ...
Quan diu un nombre més gran que 2024, para. Quin és l'últim nombre que ha dit?

7.- Ve un nombre M del problema 1

En una una graella quadrada, que per tant té tantes files com columnes, hi hem escrit successivament els nombres enters positius, 1, 2, 3, ... , un nombre en cada casella, de la manera següent:

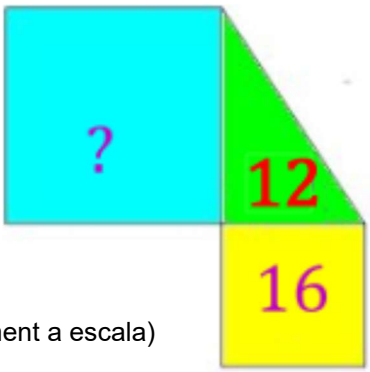
- Posem l'1 en la primera casella de dalt a l'esquerra
- Escrivim els nombres d'esquerra a dreta i quan una fila està plena continuem en la fila que hi ha immediatament a sota de l'anterior, sempre d'esquerra a dreta.

En la figura es veu un tros de la graella, on hi hem indicat les posicions relatives dels nombres M i N, en què M és el nombre que ve del problema 1 i N és el resultat de la multiplicació $3 \times M = N$.



Quin és el nombre de files que té la graella? .

8.- En la figura es poden veure un triangle rectangle i dos quadrats.
L'àrea del quadrat menut és 16 cm^2, l'àrea del triangle rectangle és 12 cm^2.
Quina és l'àrea del quadrat gran, expressada en cm^2?



(dibuix orientatiu; no està fet estrictament a escala)

El valor numèric de la resposta passa al problema 10 com a valor V.

Reptes finals

9.- En una autovia hi ha un control del nombre de cotxes que hi circulen i del nombre d'ocupants de cada cotxe. Fins ara els comptes que s'han fet en aquest control donen aquests resultats:

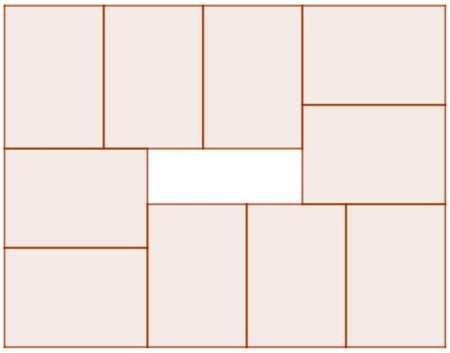
- no ha passat cap cotxe amb més de 4 ocupants
- el nombre de cotxes amb 4 ocupants és el mateix que el nombre de cotxes amb 3 ocupants
- el nombre de cotxes amb 2 ocupants és el mateix que el nombre de cotxes amb un sol ocupant
- en total, en els cotxes que han passat s'han comptat un total de 100 persones

Quin és el nombre mínim de cotxes que poden haver passat pel control?

10.- - Venen dos nombres:

- el valor de la B , un dels nombres que són solució del problema 4
- el valor V, que és la solució del problema 8.

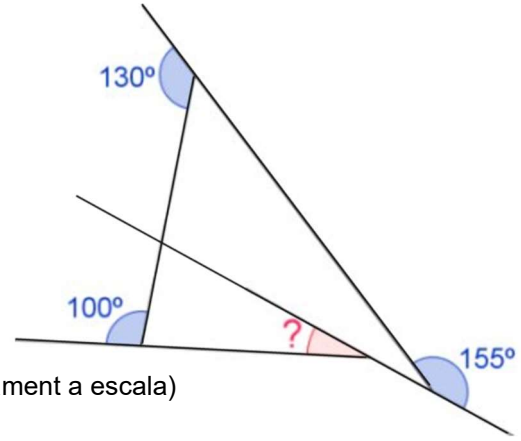
Volíem recobrir un rectangle gran amb deu rectangles iguals, cada un d'ells amb dimensions $B \times V$ (en cm) i ho hem fet tal com es veu en la figura, però ens hem adonat que en mig quedava un rectangle que no es podia cobrir.
Quina és l'àrea, en cm^2, d'aquest rectangle central



Problemes de propina

Prop 1.
Entre les 6 del matí i les 11 de la nit, des d'una població ***A*** surt cada 10 minuts un tren directe cap a la població ***B***. Des de la població ***B*** surt, exactament amb el mateix horari, un tren amb destinació cap a la població ***A***. Per fer el trajecte des d'***A*** fins a ***B*** o des de ***B*** fins a ***A*** es triga 58 minuts. Amb quants trens es creua pel camí el tren que ha sortit de ***A*** a les 12 del migdia si aquell dia tots els trens han seguit el seu horari normal?

Prop 2.
Quina és la mesura en graus de l'angle assenyalat a la figura amb un interrogant?



(dibuix orientatiu; no està fet estrictament a escala)

Prop 3.
La mare de l'Oleguer ha preparat una gerra de suc de taronja, un litre en total. L'Oleguer tenia set i ha begut un vas gros de suc de taronja (la capacitat del vas és d'un quart de litre). Perquè no es noti, substitueix en la gerra el que ha begut per aigua. Poc després l'Oleguer té més set i beu un altre vas de la barreja (amb el mateix vas de quart de litre, ben ple). Però com que ja la troba una mica aigualida pensa que si reomple la gerra amb aigua es notarà molt i per això fa un quart de litre de suc de taronja i l'aboca a la gerra. Després d'això, **quina part** del líquid de la gerra **és aigua**?

La resposta es demana com **una fracció irreductible**, és a dir simplificada al màxim.