

Per pàgines:

Pàgina 1 Primer grup de problemes (*branca d'olivera*)

Pàgina 2 Segon grup de problemes (*colom de la pau*)

Pàgina 3 Reptes finals (*No a la guerra*)

Pàgina 4 Problemes de propina

Primer grup de problemes

1. Si es compleix que $1024^{1024} = (32^{32})^x$ resulta que el valor de x es pot posar com una potència de 2.

Quin és l'exponent k si escrivim $x = 2^k$?

La resposta passa com a valor A al problema 7.

2. La suma de 2023 nombres és 20232023. Quant sumaran 101 nombres que tinguin la mateixa mitjana aritmètica que els 2023 nombres anteriors?

3. Ve un valor B des del problema 5

Per a numerar totes les pàgines de text d'un llibre s'han fet servir exactament B xifres. Quantes pàgines té el llibre?

4. Una escala de 2,5 m de llargada està recolzada en una paret vertical i té l'altre extrem a terra, a una distància de 70 cm del peu de la paret.
Si l'extrem superior de l'escala es desplaça 40 cm cap avall, lliscant verticalment en contacte amb la paret, quina distància (en cm) es desplaçarà, lliscant horitzontalment pel terra, l'altre extrem de l'escala?

La resposta numèrica passa com a nombre N al problema 9

Segon grup de problemes

5. Si dividim un nombre per 7 obtenim 1 com a residu i, en canvi, si el dividim per 17, el residu és 11. El quocient que resulta de la segona divisió és igual als $\frac{2}{5}$ del quocient de la primera divisió. Quin és el nombre?

La resposta passa com a valor **B** al problema 3

6. Si a, b, c són les longituds dels costats d'un triangle, el semiperímetre és

$$p = \frac{a+b+c}{2}.$$

Estudieu si alguna de les proposicions següents es pot afirmar amb seguretat.

- A) Pot haver-hi un costat d'algun triangle igual al corresponent semiperímetre
- B) Qualsevol costat d'un triangle és més gran que el semiperímetre
- C) Qualsevol costat d'un triangle és més petit que el semiperímetre
- D) En qualsevol triangle hi ha algun costat més petit o igual que el semiperímetre i algun altre més llarg que el semiperímetre

El formulari de resposta també donarà opció perquè digueu que cap de les anteriors proposicions és certa amb seguretat.

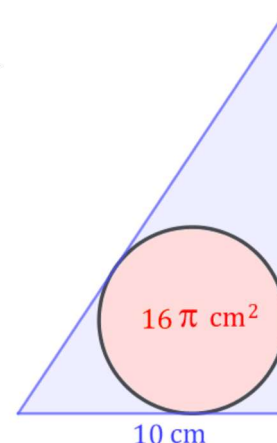
7. **Ve un valor *A* des del problema 1**

En Jan té un dau de 6 cares que és especial. En comptes de la cara amb **A** punts té una cara amb 8 punts; les altres cinc són les d'un dau normal. La Jana té un dau normal i la Joana un altre. En Jan, la Jana i la Joana tiren cadascú el seu dau.

Si mirem el valor dels tres daus hi ha 216 casos possibles i en algun dels casos (per exemple si en Jan treu un 8 i la Jana un 5 i la Joana un 2) en Jan obté una quantitat de punts més gran que la suma de punts que han obtingut la Jana i la Joana amb els seus daus

Calculeu el nombre de casos en què en Jan treu més punts que la suma dels punts de la Jana i la Joana.

8. Un triangle rectangle té un catet de 10 cm i el cercle inscrit al triangle té una àrea de $16\pi \text{ cm}^2$. Quina és, en cm^2 , l'àrea del triangle?



La resposta passa com a valor **M** al problema 9.

Reptes finals

9. Venen un nombre M del problema 8 i un nombre N del problema 4

Un cotxe circula per una autopista a M km/h i avança un camió que va a N km/h. Exactament al cap d'una hora de l'avançament el cotxe s'atura. Passada una estona veu que passa el camió, que no s'ha aturat i segueix el seu camí sempre a la mateixa velocitat. Quan fa $3/4$ d'hora que s'havia aturat, el cotxe continua també el viatge en el mateix sentit i a la mateixa velocitat. Des de que torna a engegar, quants minuts trigarà el cotxe a tornar a avançar el camió?
(cal suposar que l'autopista és suficientment llarga perquè tan el cotxe com el camió circulin lliurement i tota l'estona a la mateixa velocitat)

La resposta passa com a valor R al problema següent.

10. Ve un valor R del problema anterior

Si R coloms en R dies mengen R quilos de llavors, quants quilos de llavors menjaran 10 coloms en 10 dies?
(S'ha de suposar que tots els coloms mengen igual i sempre la mateixa ració diària)

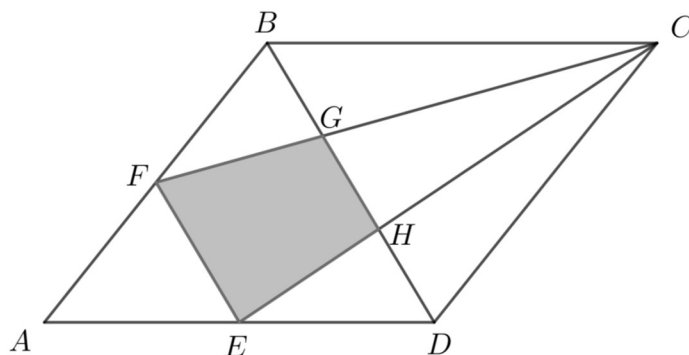
Problemes de propina

Propina 1.

En una convenció hi ha 54 científics: hi ha físics, hi ha químics; hi ha biòlegs i hi ha matemàtics. El nombre de físics més el nombre de biòlegs és la meitat del nombre de matemàtics; el nombre de físics més el nombre de químics és el doble del nombre de biòlegs. Calculeu quants matemàtics hi ha si sabem que, en total, són menys de la meitat d'assistents?

Propina 2.

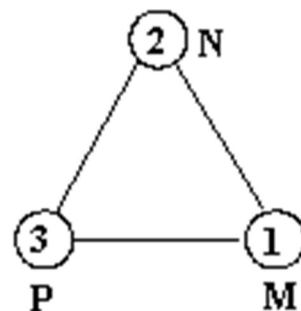
L'àrea del paral·lelogram $ABCD$ és 24 cm^2 . Si E i F són els punts mitjans dels costats AD i AB , respectivament, quina és l'àrea del trapezi gris?



Propina 3.

Els nombres 1, 2 i 3 estan situats en els vèrtexs d'un triangle tal com mostra la figura: l'1 al vèrtex M, el 2 al vèrtex N, el 3 al vèrtex P.

Es van fent canvis en els valors dels nombres situats en els vèrtexs seguint aquesta regla:



- Si en els vèrtexs M, N i P hi ha, respectivament, els nombres a , b i c , després del canvi passa a haver-hi en cada vèrtex la suma dels nombres dels altres dos vèrtexs, és a dir $b+c$, $c+a$ i $a+b$, respectivament.

Estudieu quin nombre hi haurà al vèrtex M després de 2023 canvis?

Nota: La resposta es pot escriure com $2^T + 1$ o bé $2^T - 1$ per a un valor enter de T .
En el formulari de resposta haureu de donar el valor de T
i indicar si és correcte el signe $+$ o el signe $-$.