XVII Cangur SCM Nivell 2

Enunciats (15 de març de 2012)

Qüestions de 3 punts

1. Quatre rajoles de xocolata costen 6 € més que només una rajola de xocolata. Quant costa cada rajola?

A) 1 € B) 2 € C) 3 € D) 4 € E) 5 €

2. L'Andreu juga amb la calculadora i escriu 11,11 − 1,111. Quin resultat apareixerà a la calculadora?

A) 9,999 B) 9,99 C) 9,009 D) 9,0909 E) 10

3. Un rellotge és a sobre d'una taula de cara enlaire, i la busca minutera assenyala el nord-est. Quants minuts han de passar fins que aquesta busca assenyali el nord-oest per primera vegada?

A) 45 minuts B) 40 minuts C) 30 minuts D) 20 minuts E) 15 minuts

4. La Mireia té unes tisores i cinc lletres de cartolina. Talla cada una de les lletres només una vegada seguint una línia recta, per tal d'obtenir tants trossos com sigui possible. Amb quina lletra obté el màxim nombre de trossos?

A) O B) F C) S D) H E) M

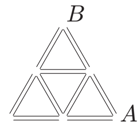
5. Un drac té 5 caps. Cada vegada que se li talla un cap, li'n creixen cinc de nous. Si tallem, d'un en un, sis caps del drac, quants caps acabarà tenint?

A) 25 B) 28 C) 29 D) 30 E) 35

6. En quina de les expressions següents podem reemplaçar cada aparició del nombre 8 per un altre nombre positiu, diferent del 8, sense que en canviï el resultat?

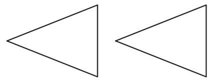
A) $(8+8):8+8$ B) $8\cdot(8+8):8$ C) $8+8-8+8$
D) $(8+8-8)\cdot 8$ E) $(8+8-8):8$

7. El dibuix representa un parc i cada un dels 9 camins que hi veieu fa 100 m de llarg. L'Anna vol anar des de A fins a B sense passar més d'un cop per un mateix camí. Quant fa el camí més llarg que pot triar?



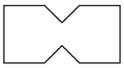
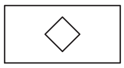
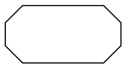
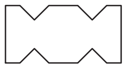
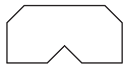
A) 900 m B) 800 m C) 700 m D) 600 m E) 400 m

8. Aquí teniu dos triangles. De quantes maneres podeu triar dos vèrtexs, un de cada triangle, de manera que la recta que els uneixi no talli cap dels triangles?

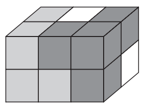


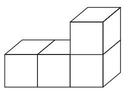
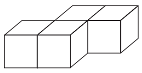
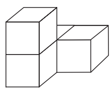
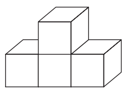
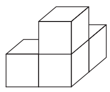
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Més de 4

9. L'Andreu doblega un full de paper, tal com mostra la figura, i amb unes tisores hi fa dos talls rectilinis. Després, desplega el full de paper. Quina de les figures següents no es pot obtenir com a resultat?

A) 
B) 
C) 
D) 
E) 

10. Un ortoedre està fet amb tres peces, tal com indica el dibuix. Cada peça està formada per 4 cubs, tots del mateix color. Quina de les peces següents correspon a la peça blanca?



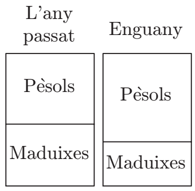
A) 
B) 
C) 
D) 
E) 

Qüestions de 4 punts

11. Utilitzant totes les xifres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 i 8 només una vegada, formem dos nombres de quatre xifres que la seva suma és la menor possible. Quin és el valor d'aquesta suma possible?

A) 3825 B) 3333 C) 2468 D) 6912 E) 4734

12. La senyora Jardí té sembrats pèsols i maduixes en un terreny. Enguany ha canviat la part dels pèsols de rectangular a quadrada allargant 3 metres un dels seus costats. En conseqüència, la part de les maduixes ha esdevingut 15 m^2 més petita. Quina era l'àrea de la part dels pèsols l'any passat?



A) 5 m^2 B) 9 m^2 C) 10 m^2 D) 15 m^2 E) 18 m^2

---

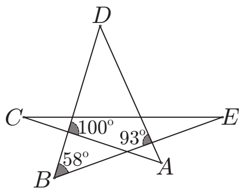
13. Na Bàrbara vol completar el següent diagrama mitjançant la inserció de tres nombres, un a cada cel·la buida. Si vol que la suma dels tres primers nombres sigui 100, la suma dels tres del mig sigui 200 i la suma dels tres últims nombres sigui 300, quin nombre ha d'inserir na Bàrbara en el centre del diagrama?

10				130

A) 50 B) 60 C) 70 D) 75 E) 100

---

14. La figura mostra un pentàgon estrellat, amb la situació de tres angles de 58°, 93° i 100°. Quin és el valor de l'angle del vèrtex A?



A) 51° B) 65° C) 109° D) 42° E) 35°

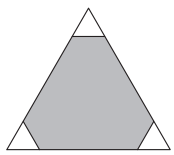
---

15. A cadascuna de quatre targetes hi ha escrits un dels nombres 2, 5, 7 i 12 en una de les seves cares. A l'altra cada hi ha escrit un dels textos «divisible per 7», «primer», «senar», «més gran que 100». Se sap que el nombre escrit en una cara de la targeta *no es correspon* amb el text de l'altra cara. Quin nombre hi ha escrit a la targeta amb la frase «més gran que 100»?

A) 2 B) 5 C) 7 D) 12 E) No es pot saber.

---

16. Tenim un triangle equilàter de 6 cm de costat, del qual, en els seus vèrtexs, tallem tres triangles equilàters de la mateixa mida. La suma dels perímetres dels tres triangles tallats és igual al perímetre de l'hexàgon que en resulta (ombrejat gris a la figura). Quina és la longitud de cada costat dels triangles petits?



A) 1 cm B) 1,2 cm C) 1,25 cm D) 1,5 cm E) 2 cm

17. Hem tallat un formatge a trossos. Els ratolins roben trossos durant tot el dia. El moix mandrós Nico s'adona que cada ratolí roba un nombre diferent de trossos inferior a 10 i que cap ratolí roba exactament el doble de trossos que els altres ratolins. Com a màxim, quants ratolins pot haver observat en Nico?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

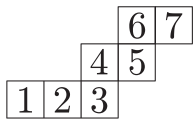
18. A l'aeroport hi ha una cinta transportadora de 500 m de longitud que es mou a una velocitat de 4 km/h. N'Aina i n'Oriol pugen junts a la cinta transportadora. N'Aina camina sobre la cinta a una velocitat de 6 km/h i n'Oriol es queda quiet. A quina distància es troba n'Aina de n'Oriol quan ella surt de la cinta?

A) 100 m B) 160 m C) 200 m D) 250 m E) 300 m

19. El costat original d'un quadrat que parla era de 8 cm. Si el quadrat diu la veritat, el seu costat es fa 2 cm més curt. Si menteix, el seu perímetre es duplica. De les quatre frases que ha dit, dues són vertaderes i dues falses, però no sabem quin és l'ordre. Quin és el màxim perímetre possible del quadrat després de les quatre frases?

A) 28 cm B) 80 cm C) 88 cm D) 112 cm E) 120 cm

20. Un cub rodola pas a pas en el pla tot girant sobre les arestes. La cara inferior passa per les posicions 1, 2, 3, 4, 5, 6 i 7, en aquest ordre. En quines dues d'aquestes posicions la cara inferior del cub és la mateixa?



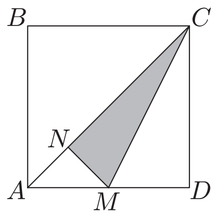
A) 1 i 7 B) 1 i 6 C) 1 i 5 D) 2 i 7 E) 2 i 6

Qüestions de 5 punts

21. En Ricard té 5 cubs. Quan els ordena de més petit a més gran, la diferència d'altures de dos cubs veïns és de 2 cm. L'altura del cub més gran coincideix amb la de la torre formada pels dos cubs més petits. Quina és l'altura de la torre formada pels cinc cubs?

A) 6 cm B) 14 cm C) 22 cm D) 44 cm E) 50 cm

22. Calculeu la raó entre l'àrea de la regió gris (triangle MNC) i l'àrea del quadrat $ABCD$, si M és el punt mitjà de AD i MN és perpendicular a AC.



A) 1:6 B) 1:5 C) 7:36 D) 7:40 E) 3:16

23. El tango es balla per parelles, un home i una dona. En una festa no hi ha més de 50 persones. En un cert moment, 3/4 dels homes ballen amb 4/5 de les dones. Quantes persones ballen en aquell moment?

A) 20 B) 24 C) 30 D) 32 E) 46

24. En David vol col·locar els dotze nombres de l'1 al 12 en una circumferència, de manera que la diferència entre dos nombres veïns sigui 2 o 3. Quins dels nombres següents han de ser veïns?

A) 5 i 8 B) 3 i 5 C) 7 i 9 D) 6 i 8 E) 4 i 6

25. Hi ha alguns nombres de tres xifres amb la propietat següent: si els traiem la primera xifra obtenim un quadrat perfecte, i si els traiem la darrera xifra també obtenim un quadrat perfecte. Quant sumen tots els nombres que tenen aquesta curiosa propietat?

A) 1013 B) 1177 C) 1465 D) 1993 E) 2016

26. Un llibre conté 30 relats. Les llargades dels relats són diferents: 1, 2, 3, ..., 30 pàgines, no necessàriament en aquest ordre. Cada relat comença en una pàgina nova. El primer relat comença a la pàgina número 1. Com a màxim, quants relats poden començar en pàgines senars?

A) 15 B) 18 C) 20 D) 21 E) 23

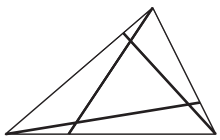
27. Fem rotacions d'un triangle equilàter al voltant del seu centre, primer de $3°$, després, a partir de la posició obtinguda, de $9°$, després de $27°$ més, i successivament, en el pas n es fa una rotació de $(3^n)°$, sempre a partir de la posició anterior. Quantes posicions diferents, tot comptant la posició inicial, es poden aconseguir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 360

28. Una corda es plega per la meitat, a continuació es torna a plegar per la meitat, i encara es torna a plegar una altra vegada, també per la meitat. Després s'hi fa un tall i en resulten diferents fragments. Dos d'aquests trossos tenen una llargada de 9 m i de 4 m. Quin dels valors següents no pot ser la longitud de la corda sencera?

A) 52 B) 68 C) 72 D) 88 E) Totes les respostes són possibles.

29. Tres segments divideixen un triangle en quatre triangles més petits i tres quadrilàters. La suma dels perímetres dels tres quadrilàters és igual a 25 cm. La suma dels perímetres dels quatre triangles petits és 20 cm. El perímetre del triangle inicial és de 19 cm. Quant és la suma de les longituds dels segments?



A) 13 cm B) 12 cm C) 15 cm D) 11 cm E) 16 cm

30. Una graella 3×3 s'omple amb nombres positius, de manera que el producte dels nombres de cada fila i de cada columna és 1, i el producte dels quatre nombres de qualsevol graella 2×2 és 2. Quin és el nombre que hi haurà a la casella central de la graella?

A) 16 B) 8 C) 4 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

XVII Cangur SCM Nivell 2

Enunciats (22 de març de 2012)

Qüestions de 3 punts

1. La senyora Teresa va dur 150 kg de taronges al mercat. Va pagar 90 € pel lloguer de la parada i va obtenir un benefici net de la venda de les taronges de 120 €. A quin preu venia el quilo de taronges?

A) 0,20 € B) 0,80 € C) 1,25 € D) 1,40 € E) 1,75 €

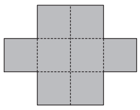
2. Andreu juga amb la calculadora i hi escriu això: $20{,}12 - 2{,}012$. Quin resultat obté?

A) 17,892 B) 18,118 C) 18 D) 18,008 E) 18,108

3. Un rellotge està situat cap a dalt en una taula, de manera que el minuter assenyala el sud-est. Quants minuts passen fins que el minuter assenyala el nord-oest per primera vegada?

A) 45 minuts B) 40 minuts C) 30 minuts D) 20 minuts E) 15 minuts

4. El perímetre exterior de la figura, construïda amb quadrats iguals, és de 56 cm. Quina és l'àrea de la figura?



A) 128 cm^2 B) 72 cm^2 C) 48 cm^2 D) 24 cm^2 E) 16 cm^2

5. Les mateixes figures representen els mateixos dígits. Les figures diferents, dígits diferents. Tots els dígits són més grans que 1. Quants dígits diferents poden representar els triangles per a obtenir un producte correcte?

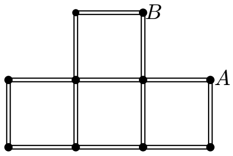
$$\triangle \times \triangle = \square \times \bigcirc$$

A) Cap B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. En quina de les expressions següents podem reemplaçar cada aparició del número 9 per un altre número positiu (diferent del 9) sense que en canvïe el resultat?

A) $(9+9-9)\cdot 9$ B) $9\cdot(9+9):9$ C) $9+9-9+9$
D) $(9+9-9):9$ E) $(9+9):9+9$

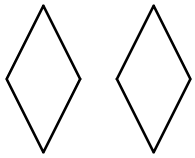
7. El dibuix representa un parc i cadascun dels tretze camins que hi veieu té 100 m de longitud. Aitana vol anar des d'A fins a B sense agafar cap camí més d'una vegada. Quina és la longitud del trajecte més llarg que pot triar?



A) 1.300 m B) 1.200 m C) 1.100 m D) 1.000 m E) 900 m

---

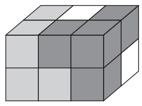
8. Ací teniu dos rombes. De quantes maneres es poden triar dos vèrtexs, un de cada rombe, talment la recta que passa per aquests dos vèrtexs no creue cap dels rombes?



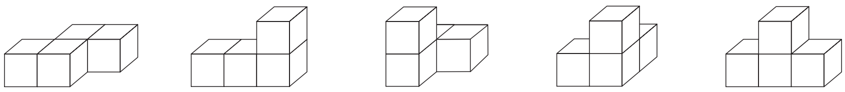
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Més de 4

---

9. Un ortoedre està fet amb tres peces, tal com indica el dibuix. Cada peça està formada per 4 cubs, tots del mateix color. Quina de les peces següents correspon a la peça blanca?



A) B) C) D) E)



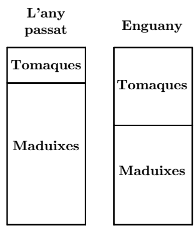
---

10. Cada dia d'entrenament, cinc atletes, Ariadna, Berta, Caterina, Diana i Elena, caminen en fila cap a l'estadi exactament en l'ordre descrit. De camí al canviador, situat al final d'un llarg corredor, hi ha vuit portes. Cada porta és oberta per la primera de la fila, que en obrir-la passa a ocupar el darrer lloc de la fila, després que hagen passat les altres. Qui obre la darrera porta?

A) Ariadna B) Berta C) Caterina D) Diana E) Elena

Qüestions de 4 punts

11. Mariola conrea tomaques i maduixes. Enguany ha canviat el repartiment del terreny d'esta manera: ha canviat la zona rectangular destinada a les tomaques per una zona quadrada allargant 5 metres un dels costats. Després de fer açò, l'àrea de la zona de maduixes ha minvat 50 m^2. Quina era l'àrea de la zona de les tomaques abans del canvi?



A) 10 m^2 B) 20 m^2 C) 40 m^2 D) 50 m^2 E) 100 m^2

12. Utilitzant totes les xifres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 i 8 només una vegada, formem dos nombres naturals de quatre xifres, talment que la seua suma siga la menor possible. Quin és el valor d'aquesta menor suma possible?

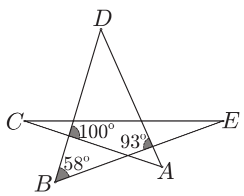
A) 2.468 B) 3.333 C) 3.825 D) 4.734 E) 6.912

13. Bàrbara vol completar el diagrama següent mitjançant la inserció de tres nombres, un en cada cel·la buida. Si vol que la suma dels tres primers nombres siga 200, la suma dels tres del mig siga 400 i la suma dels tres últims nombres siga 600, quin nombre ha d'inserir Bàrbara en el centre del diagrama?

40				260

A) 250 B) 200 C) 150 D) 100 E) 50

14. La figura mostra un pentàgon estrellat. Quin és el valor de l'angle del vèrtex A?

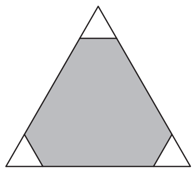


A) 35° B) 42° C) 51° D) 65° E) 109°

15. S'han escrit els nombres 2, 7, 11 i 22 en un costat de quatre targetes (un nombre en cada targeta), i en l'altre costat hi ha escrits els textos «divisible per 7», «primer», «senar», «més gran que 100» (cada un en una targeta diferent). Se sap que el nombre escrit en la targeta **no es correspon** amb el text de la part del darrere. Quin nombre hi ha escrit en la targeta amb la frase «divisible per 7»?

A) 22 B) 11 C) 7 D) 2 E) No es pot saber

16. Es tallen tres triangles equilàters de la mateixa grandària de les puntes d'un triangle equilàter més gran de 10 cm de costat. Els tres trianglets junts tenen el mateix perímetre que l'hexàgon gris restant. Quina és la longitud de cada costat dels triangles menuts?



A) 1 cm B) 2,5 cm C) 3,5 cm D) 1,5 cm E) 3 cm

17. Jordi va fer un pastís en forma de rectangle. Llavors hi va fer set talls, talment cada tall era paral·lel a un costat del pastís. En quantes peces no va poder tallar el pastís?

A) En 8 B) En 12 C) En 14 D) En 18 E) En 20

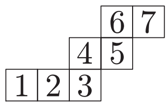
18. Sònia ha trobat una vareta de 48 dm en el garatge i vol retallar d'esta vareta tots els trossos necessaris per a construir totes les arestes d'un cub, sense perdre ni un sol mil·límetre de filferro. Quin serà el volum en dm^3 del cub de Sònia?

A) 64 B) 144 C) 48 D) 86 E) 16

19. Eugènia menteix dilluns, dimecres i dijous i diu la veritat els altres dies. Ausàs menteix dijous, divendres i diumenges i diu la veritat la resta de dies. Un dia Eugènia diu: «Avui és dilluns», i Ausiàs ho confirma «Sí, és veritat». Quin dia és?

A) Diumenge B) Dilluns C) Dimecres D) Dijous E) Un altre dia

20. Un cub rodola pas a pas en el pla tot girant sobre les arestes. La cara inferior passa per les posicions 1, 2, 3, 4, 5, 6 i 7 (en aquest ordre). En quines d'aquestes dues posicions la cara inferior del cub és la mateixa?



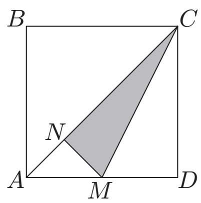
A) 1 i 7 B) 1 i 6 C) 1 i 5 D) 2 i 7 E) 2 i 6

Qüestions de 5 punts

21. Arnau té cinc cubs. Quan els ordena de menor a major, dos cubs consecutius sempre difereixen en altura en 3 cm. El cub més gros és tan alt com una torre muntada amb els tres més petits. Quina alçada té la torre construïda amb els cinc cubs?

A) 37,5 cm B) 35 cm C) 32,5 cm D) 27,5 cm E) 20 cm

22. Trobeu la raó entre l'àrea de la regió grisa (triangle MNC) i l'àrea del quadrat $ABCD$, si M és el punt mitjà de AD i MN és perpendicular a AC.

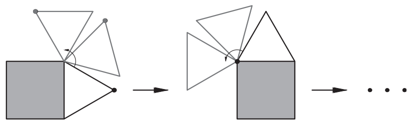


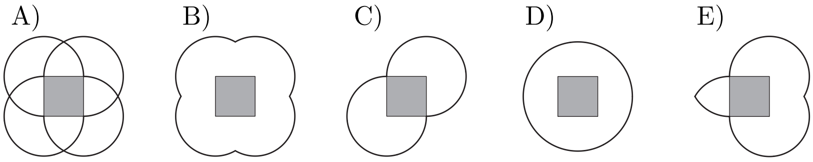
A) 1:6 B) 1:5 C) 7:36 D) 3:16 E) 7:40

23. Hi ha 16 cangurs en una filera. Alguns són veraços i diuen sempre la veritat i els altres són mentiders i sempre menteixen. Cadascun d'ells diu: «A la meua esquerra el nombre de cangurs veraços és més petit que el de mentiders a la dreta». Quants cangurs d'aquesta filera diuen la veritat?

A) Cap B) 1 C) 7 D) 8 E) 16

24. Un triangle equilàter gira al voltant d'un quadrat (vegeu la figura). Quina forma té la figura que descriu el punt marcat fins que el triangle arriba a la seua posició inicial per primera vegada?





25. Hi ha uns quants nombres de tres xifres amb la propietat següent: si els traiem la primera xifra obtenim un quadrat perfecte, i si els traiem la darrera xifra també obtenim un quadrat perfecte. Quant sumen tots els nombres que tenen aquesta curiosa propietat?

A) 2.016 B) 1.993 C) 1.465 D) 1.177 E) 1.013

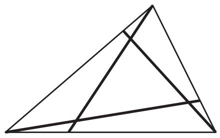
26. Hi ha nou ciutats al País de les Meravelles. Cada dues ciutats estan connectades per una carretera, o bé visible o bé invisible. En el mapa del País de les Meravelles, només hi ha onze carreteres visibles. Alícia té unes ulleres màgiques: quan mira el mapa amb aquestes ulleres només veu les carreteres que són invisibles de qualsevol altra manera. Quantes carreteres invisibles pot veure?

A) 70 B) 61 C) 25 D) 16 E) 38

27. Fem rotacions d'un triangle equilàter al voltant del seu centre, primer de $3°$; després, a partir de la posició obtinguda, de $9°$; després, de $27°$ més, i successivament, en el pas n es fa una rotació de $(3^n)°$, sempre a partir de la posició anterior. Quantes posicions diferents, tot comptant la posició inicial, es poden aconseguir?

A) 360 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

28. Tres segments divideixen un triangle en quatre triangles més petits i tres quadrilàters, com en la figura. La suma dels perímetres dels tres quadrilàters és igual a 25 cm. La suma dels perímetres dels quatre triangles petits és 20 cm. El perímetre del triangle inicial és de 19 cm. Quant sumen de les longituds dels segments?

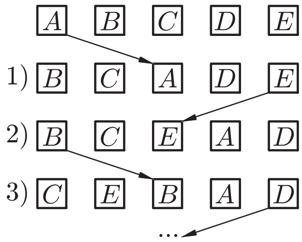


A) 11 cm B) 12 cm C) 13 cm D) 15 cm E) 16 cm

29. Una graella 3×3 s'omple amb nombres positius, de manera que el producte dels nombres de cada fila i de cada columna és 1, i el producte dels quatre nombres de qualsevol graella 2×2 és 2. Quin és el nombre que hi ha en la casella central de la graella?

A) 4 B) $\frac{1}{4}$ C) 8 D) $\frac{1}{8}$ E) 16

30. Al principi les cartes A, B, C, D, E estan col·locades en aquest ordre d'esquerra a dreta. En un primer pas la carta de l'esquerra se situa al mig; en un segon pas, la carta de la dreta se situa al mig, i així successivament. Quina carta és a l'esquerra del tot en el pas 2012?



A) A B) B C) C D) D E) E

Premis. País Valencià

Primer premi
Alberto Núñez Delgado
(Madre Vedruna Sagrado Corazón, Castelló de la Plana), 132.5 punts
Segons premis, ex aequo
Damià Torres Latorre (IES Guadassuar, Guadassuar) i
Javier Platero Puig (IES Veles e Vents, Torrent), 126.25 punts
Altres premis
Eric Ferrer Escuin (IES Els Ports, Morella), 116.25 punts
ex aequo, Carlos Salom García i Paula Lluch Solsona
(IES Miquel Peris i Segarra, Castelló de la Plana-Grau), 113.75 punts
Oriol Ruiz Catalán (IES 25 d'Abril, Alfafar), 113.5 punts
Nacor Altabás Llorach (IES Llombai, Borriana), 113.25 punts
Angel Navarro Martínez (IES La Creueta, Onil), 112 punts
Jorge Luján Mora (Sagrado Corazón, Quart de Poblet), 106 punts

Premis. Balears

Primer premi
Miquel Serra Perelló (IES Santanyí, Santanyí), 112,5 punts
Segon premi
Mario Balbuena Azcona (Col·legi Mestral, Eivissa), 111,25 punts
Tercer premi
Pere Riera Martínez (Col·legi CIDE, Palma), 108,5 punts
Altres premis
Nicolau Conti Gost (IES Santa Margalida, Santa Margalida), 107 punts
Tomeu Llopis Vidal (IES Son Pacs, Palma), 106,25 punts
Álvaro Malo García (La Salle, Maó), 104,75 punts
Xavier Rebasa Moll (IES Guillem Cifre de Colonya, Pollença), 102,25 punts
Aina Forteza Gómez (IES Joan Alcover, Palma), 101,75 punts
Julià Ballester Simón (Col·legi Sagrat Cor, Palma), 101,25 punts
Nicolás Ferrer Forteza-Rey (Col·legi Sagrat Cor, Palma), 101 punts

Premis i mencions. Catalunya i Andorra

Primer premi

Pau Mir García (Institut de Sant Quirze del Vallès), 133,75 punts

Premis per al pòdium

Joel Suñé Margineda (Institut Menéndez y Pelayo, Barcelona), 132,5 punts
Álvaro Moreno Abajo (Institut Ausiàs March, Barcelona), 130 punts

Premis de categoria A

ex aequo, Rafael Ávila Parra (Aula Escuela Europea, Barcelona) i
Laura Roigé Foix (CEPA Oriol Martorell, Barcelona), 128,75 punts
Josep Maria Gallegos Saliner (Institut Ramon Muntaner, Figueres), 127,5 punts

Premis de categoria B

Carles Domingo Enrich (El Cim, Vilanova i la Geltrú), 126,25 punts
Aleix Lascorz Guiu (Institut Lluís Domènech i Montaner, Reus), 126 punts
Robert Pérez García (Institut Pompeu Fabra, Martorell), 125 punts

Premis de categoria C

Inés Franch López (Aula Escuela Europea, Barcelona), 123,75 punts
Santiago Arxé Carbona (Aula Escuela Europea, Barcelona), 122,5 punts
ex aequo, Xavier Colet Guitert (Casp-Sagrat Cor de Jesús, Barcelona) i
Gerard Orriols Gimènez (Institut Thalassa, Montgat), 121,25 punts

Premis de categoria D

ex aequo, Oriol Herrero Molina (Thau, Sant Cugat del Vallès) i
Gerard Valls Ferrer (Aula Escuela Europea, Barcelona), 120 punts
Roger Serra Castilla (Anoia, Igualada), 118,75 punts

Mencions fins a l'1% de les millors puntuacions

Ignasi Vélez Cerón (Immaculada, Barcelona), 118,25 punts
Luis Arroyes Morón (Institut Montserrat Roig, Sant Andreu de la Barca) i
Àlex Guerrero Almirall (Escola Pia Balmes, Barcelona), 117,5 punts
Carlota Corbella Alcántara (Avenç, Sant Cugat del Vallès) i
Unai Sánchez Yaniz (Institut Menéndez y Pelayo, Barcelona), 116,25 punts
Laia Marín Gual (Tecnos, Terrassa) i
Marina Tarrida Canals (Institut La Sedeta, Barcelona), 116 punts
Eloi Soldevila Dalmau (Escorial, Vic), 115,75 punts
Francesc Viaplana Rozman (Infant Jesús, Barcelona), 115 punts
Alba Alcañiz Moya (Asunción de Nuestra Señora, Barcelona), 114,75 punts
Blanca Puche Perna (Institut Vall d'Arús, Vallirana), 114,25 punts
David Abbad Gómez (Jardí, Granollers) i
Eloi Matés Fernández (Institut La Bisbal, La Bisbal d'Empordà), 113,75 punts
José Andrés Ballester Huesca (Institut d'Altafulla, Altafulla) i
Nil Garcés de Marcilla
(Institut Antoni de Martí i Franquès, Tarragona), 112,5 punts
Juan Carlos Moreno Moreno (Institut de Pineda de Mar, Pineda de Mar) i
Aleix Rué Vilà (Puigcerver, Reus), 112 punts
Joan Aguayo Planell (Institut La Llauna, Badalona),
Iris Balcázar Castell (Fundación Escuela Suiza, Barcelona) i
Pau Mateu Yus (Avenç, Sant Cugat del Vallès), 111,25 punts
Miquel Vilalta Clapés (Escola Pia de Sabadell, Sabadell), 111 punts
Antonio Domingo Oriol (Thau, Barcelona),
Qijun Jin (Sil, Barcelona) i
Pol Zanuy Lafarga (Institut Secretari Coloma, Barcelona), 110 punts
Pol Febrer Calabozo (Institut Francisco de Goya, Barcelona), 109,75 punts
Nicolàs Ordax Sommer (Institut Menéndez y Pelayo, Barcelona),
Maximilià-Manuel Serra Lasierra
(Institut La Vall de Tenes, Santa Eulàlia de Ronçana),
Mateusz Sobieraj Grzegorz (Institut Sòl de Riu, Alcanar) i
Julia Uriach Dasca (Sagrat Cor-Sarrià, Barcelona), 108,75 punts
Xavier Arasa Aguirre, (Teresià, Tortosa),
Alex Armengou Fages (Sant Ignasi, Barcelona),
José Manuel Borrego Burón (Aula Escuela Europea, Barcelona),
Oriol Bosch Pont (Institut Miquel Bosch i Jover, Artés),
Anna Jané Font (Sant Nicolau, Sabadell) i
Joan Solà Porta (Institut Manuel Blancafort, La Garriga), 108,5 punts
Maria Armengol Díaz (El Cim, Vilanova i la Geltrú), 107,5 punts

Nils Pachler De la Osa (Mare de Déu de les Escoles Pies, Barcelona),
Guillem Ródenas Alesina (Institut Salvador Espriu, Barcelona) i
Miquel Villalba Castells
(Institut Alt Penedès, Vilafranca del Penedès), 107,25 punts
Àlex Bel González (Institut Gorgs, Cerdanyola del Vallès) i
Jan Valls Trepat (Institut de Sant Quirze del Vallès), 107 punts
Adrià Marly Pèlach (Bell-lloc del Pla, Girona),
Bernat Molero Agudo (El Clot, Barcelona),
Ivan Parrot Martínez (Institut Manuel Carrasco i Formiguera, Barcelona),
Clàudia Serrano Colomé (Institut Lluís Domènech i Montaner, Canet de Mar),
Mireia Tolosa Simeon (Sadako, Barcelona) i
David Vila Liarte (Institut Samuel Gili i Gaya, Lleida), 106,25 punts

XVII Cangur SCM Nivell 2

Solucions (15 de març de 2012)

Qüestions de 3 punts

1. B. 2.

Quatre rajoles són tres rajoles més que una rajola, per tant els 6 € de més corresponen a les tres rajoles de més, és a dir 2 € cada rajola.

2. A. 9,999.

Només cal fer amb cura la resta $11{,}11 - 1{,}111$, començant amb l'obervació que la xifra dels mil·lèsims ha de ser un 9.

3. A. 45 minuts.

Si assenyala el nord-est, vol dir que passa 45° del nord. Per assenyalar el nord-oest cal que li faltin 45° per al nord. Per tant ha de fer una volta completa menys 90°, és a dir, tres quarts de volta, que són 45 minuts.

4. E. La M.

La figura mostra que podem tallar la M de manera que hi hagi 4 talls i així obtenim 5 trossos.
Per les altres figures veiem que en tallar la O sempre que tallem de costat a costat s'obtenen dos trossos. Per a la S obtindrem com a màxim 4 trossos, per exemple amb un tall vertical que passi pel centre de simetria.

Fent un tall a la F i a la H se'n poden obtenir com a màxim quatre trossos perquè estan formades per tres segments dos dels quals són paral·lels; per tant una recta hi tindrà com a màxim tres punts de tall i, com que es tracta de figures no tancades, obtindrem quatre trossos.

5. C. 29.

Si li tallem un cap i n'hi creixen cinc, vol dir que cada vegada en guanya 4. Si fem el procés sis vegades, n'haurà guanyat 24 i per tant en tindrà 29.

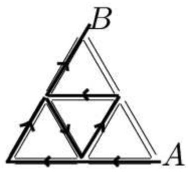
6. E. $(8+8-8):8$.

Si passem al llenguatge algebraic i substituïm el 8 per x, tindrem que l'opció A dóna $(x+x):x+x=2+x$, la B i la C donen $x\cdot(x+x):x=x+x-x+x=2x$, la D dóna $(x+x-x)\cdot x=x^2$ i la E dóna $(x+x-x):x=1$ que és, doncs, l'únic resultat que no depèn del valor de x.

7. C. 700 m.

A la figura de la dreta es mostra un camí de longitud 700 m.

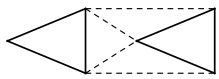
Aquesta és la màxima longitud possible perquè:

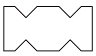


- en el triangle que té un vèrtex en el punt A no es pot passar pels tres costats sense haver de passar una altra vegada per un dels camins ja recorreguts.
- en el triangle que té com un dels vèrtexs el punt B forçosament arribarem a B abans d'haver recorregut tots tres costats del triangle.

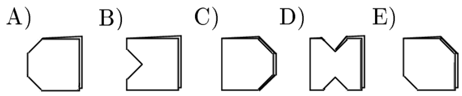
8. D. 4.

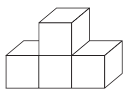
Des del vèrtex més allunyat del triangle de l'esquerra no podem fer cap recta que s'uneixi a un vèrtex del de la dreta sense tallar el triangle. Des dels altres en podem fer dues en cada cas.



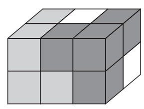
9. D.  .

Si imaginem doblegades les figures veiem fàcilment que en la D cal fer quatre talls per obtenir el dibuix mostrat i, en canvi, en les altres quatre sí que ho podem fer amb dos talls.



10. D.  .

La figura ens fa veure que els tres cubs del darrere que estan a baix són tots blancs, i el del mig de dalt també.



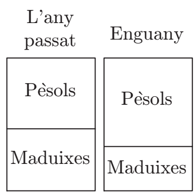
Qüestions de 4 punts

11. A. 3 825.

Per tal que la suma sigui la menor possible cal que les desenes de miler siguin els dos nombres menors possibles (1 i 2) i, seguint el mateix raonament per a les altres posicions, així arribarem a la solució: $1\,357 + 2\,468 = 3\,825$.

12. C. 10 m^2.

Si l'àrea de les maduixes s'ha reduït en 15 m^2 vol dir que la zona dels pèsols ha augmentat aquest valor. Com que un dels costats (l'alçada segons el dibuix) s'ha allargat 3 m, això vol dir que l'altre costat (l'amplada) fa 5 m ($3 \times 5 = 15$). En conseqüència el quadrat actual dels pèsols fa 5×5. Com que l'alçada ha augmentat 3 metres respecte l'any passat, vol dir que feia 2 m. Per tant l'àrea de pèsols de l'any passat feia 5 m $\times$ 2 m = 10 m^2.



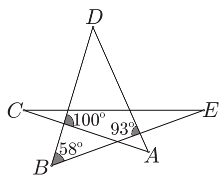
13. B. 60.

M=10	N	P	Q	R=130

Si la suma de les tres primeres caselles ha de ser $M + N + P = 100$, vol dir que $N + P = 90$. Com que les tres centrals han de sumar $N + P + Q = 200$ vol dir que $Q = 200 - 90 = 110$. Finalment, com que les tres últimes han de sumar $P + Q + R = 300$, a P hi ha de col·locar $P = 300 - (130 + 110) = 60$.

14. A. 51°.

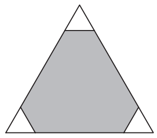
Si observem el triangle de vèrtexs B, D que té, a més l'angle de 93° deduïm que l'angle $D = 180° - (58° + 93°) = 29°$. Si ara passem al triangle de vèrtexs A, D que té, a més, l'angle de 100°, deduïm que $A = 180° - (100° + 29°) = 51°$.



15. C. 7.

A l'altra banda d'on hi ha escrit «primer» hi ha d'anar el 12 ja que és l'únic que no és primer dels quatre nombres. A l'altra banda d'on diu «senar» hi ha d'anar el 2 ja que és l'únic no senar que, ara, queda. Darrera d'on posa «divisible per 7» no hi pot anar el 7, per tant hi va el 5 i, doncs, darrera d'on diu «més gran que 100» hi ha d'anar el 7.

16. D. 1,5 cm.



Els costats de cada un dels triangles equilàters petits que estan a l'interior del triangle gran són comuns al perímetre de l'hexàgon i a la suma dels perímetres dels tres triangles. Per tant no cal considerar-los per fer la comparació de longituds que ens diu l'enunciat.
Ara sobre cada costat del triangle observem que la suma de dos costats dels triangles petits ha de ser igual al costat de l'hexàgon. Per tant la suma de dos costats del triangle petit és la meitat del costat inicial del triangle i això vol dir que cada costat dels triangles petits és una quarta part del costat del triangle gran: $\frac{6}{4} = 1,5$ cm.

17. C.6.

A partir de l'enunciat observem que dels nombres 1, 2, 4, i 8 només poden formar part de la llista de nombres de formatges robats o bé 1 i 4 o bé 1 i 8 o bé 2 i 8; en tot cas sempre n'hi ha dos que no hi poden ser. Com que tampoc no hi pot haver el 3 i 6 junts, sempre hi ha tres nombres que no hi poden ser. En conseqüència seran $9 - 3 = 6$ com a màxim, i en tenim un exemple si pensem en els nombres $\{1, 3, 4, 5, 7, 9\}$.

18. E. 300 m.

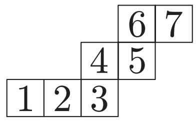
L'Aina és com si anés a $4 + 6 = 10$ km/h. Per tant fa 10 000 m en 60 minuts o 1 000 m en 6 minuts i, per tant, els 500 m que té la cinta els fa en 3 minuts. L'Oriol que va a 4 km/h , o sigui que fa 4 000 m en 60 minuts o 400 m en 6 minuts, en aquests 3 minuts fa 200 metres, per tant encara està a 300 metres del final i, per tant, de l'Aina.

19. D. 112 cm.

Observem que primer doblar el perímetre i després disminuir en 2 cm cada costat, i per tant disminuir el perímetre en 8 cm, dóna un resultat més gran que fer-ho al revés (primer disminuir el perímetre en 8 unitats i després doblar). Simbòlicament s'escriu així: $2p - 8 > 2(p - 8)$ o el que és el mateix $2p - 8 > 2p - 16$ cosa certa per a qualsevol valor p del perímetre. Per tant el que permetrà obtenir el quadrat més gran serà dir primerament les dues mentides i a continuació les dues veritats. Així el perímetre inicial de 32 cm passarà a ser successivament de 64 cm, 128 cm, 120 cm i 112 cm.

20. B. 1 i 6.

En passar de la posició 1 a la 3, la cara que inicialment és la inferior passa a ser la superior, en les posicions 4 i 5 passa a ser la que tenim oposada a la que veiem frontalment, i en la posició 6 torna a sota.



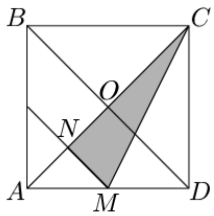
Qüestions de 5 punts

21. E. 50 cm.

Podem representar les altures dels cinc cubs així $x-4$, $x-2$, x, $x+2$ i $x+4$ i ens diuen que $x+4=(x-4)+(x-2)$, per tant $x=10$ i l'altura total, $(x-4)+(x-2)+x+(x+2)+(x+4)=5x$, serà de 50 cm.

22. E. 3:16.

Si dibuixem la diagonal BD, podem veure que MN és la meitat de DO i, a més, $CN=\frac{3}{4}AC$. Per tant l'àrea de MNC serà $\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}AC\cdot\frac{1}{2}DO=\frac{3}{8}$ de l'àrea del triangle ADC i per tant $\frac{3}{16}$ de l'àrea del quadrat.



23. B. 24.

Si posem N el nombre de persones i h el nombre d'homes, l'enunciat ens diu que $\frac{3h}{4}=\frac{4(N-h)}{5}$ i d'aquí $31h=16N$ i, doncs, N ha de ser múltiple de 31. Com que ha de ser $N\leq 50$ això ens ens porta a la solució $N=31$, $x=16$ homes, dels quals tres quartes parts, que són 12, estan ballant amb 12 dones i per tant la solució és 24.

24. D. 6 i 8.

Comencem veient que els veïns de l'1 han de ser el 3 i el 4 i els del 2 el 4 i el 5. Com que el 5 no és veí del 3, ho serà el 6. Això fa que hagi d'aparèixer la sèrie 6-3-1-4-2-5 (en aquest sentit o en l'altre. Anàlogament els veïns del 12 han de ser el 10 i el 9 i els de l'11 el 9 i el 8 i el 7 haurà de ser veí del 10. Tenim també, doncs, la sèrie 7-10-12-9-11-8 (o en l'altre sentit). Per "lligar" les dues sèries que tenim no podem ajuntar el 7 amb el 6 i per tant la única opció vàlida és posar el 8 a continuació del 6.

25. D. 1993.

Com que els quadrats perfectes de dues xifres són 16, 25, 36, 49, 64 i 81, els nombres de referència poden tenir com a segona xifra un 1, un 4 o un 6 i són 816, 649, 164 i 364, la suma dels quals és 1993.

26. E. 23.

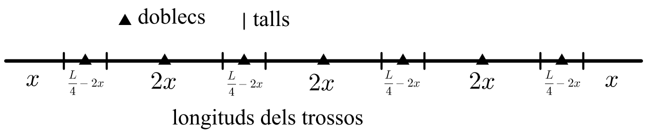
El nombre de relats que començaran en pàgines senars depèn de l'odre en què es col·loquin els relats d'un nombre de pàgines parell o imparell. Donat que el primer relat comença en la pàgina 1, si aquest té un nombre parell de pàgines el segon relat també començarà en pàgina senar, i si posem els quinze relats de nombre parell de pàgines al començament tindrem que els 16 primers relats comencen en pàgina senar. Dels 14 relats que falten, un sí i un no començaran en pàgina senar, i això fa un total de 23

27. B. 4.

El triangle gira primer 3°, desprès 9°, 27° i 81°. Com que la suma d'aquests quatre angles és 120° a la quarta posició torna a coincidir amb el triangle inicial. Les rotacions posteriors són de $243° = 2 \cdot 120° + 3°$, que per a un triangle equilàter equival a un gir de 3°, i successivament $6 \cdot 120° + 9°$, que en la pràctica és com girar 9°, $18 \cdot 120° + 27°$, que equival a 27°, etc. i, doncs, s'aniran repetint les quatre posicions que ja coneixem. Per tant la resposta és que hi ha 4 posicions diferents.

28. C. 72.

Amb aquest procés s'obtenen trossos de tres mides diferents. Si indiquem com L la longitud de la corda i com x la longitud del primer tros, el que correspon als extrems de la corda inicial, les tres longituds que s'obtenen són x, $\dfrac{L}{4} - 2x$ i $2x$.

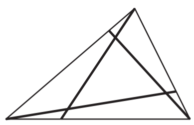


- Si $x = 4$, el segon tros és de 9 i la longitud de la corda és $L = 68$ m.
- Si fos $x = 9$ el segon hauria de ser el de 4 i resultaria $L = 88$ m.
- En el cas que ni 4 ni 9 no corresponguessin als trossos extrems, hauria de ser $x = 2$ m o bé $x = 4{,}5$ m i en els dos casos la mida de la corda seria 52 m.

Per tant la resposta correcta, la que no pot ser la longitud de la corda, és 72.

29. A. 13 cm.

Si fem la suma $20 + 25 = 45$ estarem comptant una vegada tots els segments que formen part del perímetre del triangle i dues vegades cada segment interior que pertany a la vegada a un triangle i un quadrilàter. Per tant la suma dels tres segments serà la meitat de $45 - 19$, és a dir, 13 cm.



30. A. 16 cm.

Si multipliquem els números de les quatre graelles 2×2 el resultat serà 16. Però en aquest producte de 16 elements, 9 corresponen al producte d'elements de 3 files i 6 més corresponen al producte de la columna i la fila central i tots aquests productes donen 1, amb la qual cosa només queda l'element central de la graella que per tant serà 16.

XVII Cangur SCM Nivell 2

Solucions (22 de març de 2012)

Qüestions de 3 punts

1. D. 1,40 €.

La venda total és igual a la suma del preu del lloguer més el benefici, és a dir, $90 + 120 = 210$ € i aquesta és la quantitat per la qual s'han venut totes les taronges. Així, el preu del kg és $\frac{210}{150} = 1{,}40$ €.

2. E. 18,108.

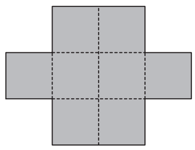
Només cal fer amb cura la resta $20{,}12 - 2{,}012$, començant naturalment amb la xifra dels mil·lèsims, que ha de ser un 8, tot seguit la dels centèsims, que serà un 0, etc.

3. C. 30 minuts.

Si assenyala el sud-est, vol dir que falten 45° pel sud. Quan assenyale el nord-oest li faltaran 45° per al nord. Per tant ha de fer mitja volta, és a dir 30 minuts.

4. A. 128 cm^2.

El perímetre de la figura és igual a 14 vegades el costat dels quadrats iguals que la formen. Per tant el costat de cada quadrat és de 4 cm i la seva àrea és 16 cm^2. Com que hi ha vuit quadrats, l'àrea de la figura és de 128 cm^2.



5. C. 2.

El producte dels dos triangles pot prendre com a valor els quadrats dels dígits majors que 1.

$$\triangle \times \triangle = \square \times \bigcirc$$

Alguns són quadrats de nombres primers $2^2, 3^2, 5^2, 7^2$ i no és poden escriure com a producte de dos dígits diferents. Altres, $8^2, 9^2$, tampoc perquè són massa grans i caldria un factor superior a 9.

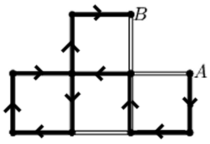
Per tant, només queden $4^2 = 8 \times 2$, $6^2 = 4 \times 9$.

6. D. $(9+9-9):9$.

Si passem al llenguatge algebraic i substituïm el 9 per x, tindrem que l'opció A dóna $(x+x-x)\cdot x = x^2$; la B i la C donen el mateix resultat, $x\cdot(x+x):x = x+x-x+x = 2x$; la D dóna $(x+x-x):x = 1$ i per tant el resultat no depèn del valor de x.; finalment la E també depèn del nombre que posem en el lloc del 9, $(x+x):x+x = 2+x$.

7. D. 1 000 m.

A la figura de la dreta es mostra un camí de longitud 1 000 m.



Aquesta és la màxima longitud possible perquè:

• En el quadrat que té un vèrtex en el punt A, on es comença elr ecorregut, no es pot passar pels quatre costats sense haver de passar una altra volta per un dels camins ja recorreguts.

• En el segon quadrat al qual arribarem després d'abandonar el quadrat inicial, on haurem recorregut tres costats, tampoc no podrem recórrer tots quatre costats sense repetir un trajecte.

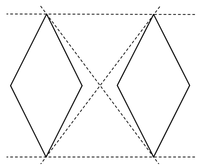
• Finalment, en el quadrat que té com un dels vèrtexs el punt B forçosament arribarem a B abans d'haver recorregut tots quatre costats del quadrat.

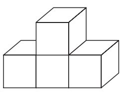
Per tant és segur que hi haurà tres camins pels quals no passarem. El major nombre possible de camins serà, doncs, $13-3=10$.

8. D. 4.

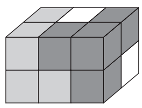
Des dels quatre vèrtexs que estan a la mateixa altura, dos de cada rombe, no podem fer cap recta que s'uneixi a un vèrtex de l'atre rombe sense que creue algun dels dos rombes.

Des dels altres vèrtexs en podem fer dues en cada cas.



9. E.  .

La figura ens fa veure que els tres cubs del darrere que estan a baix són tots blancs, i el del mig de dalt també.



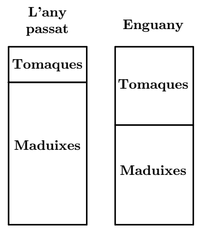
10. C. Caterina.

Si observem les persones que obririen successivament cada porta, imaginant que hi hagués moltes portes, podem observar que, des del començament, s'aniria repetint la seqüència A, B, C, D, E.
La vuitena porta l'obre, doncs, C, Caterina.

Qüestions de 4 punts

11. D. 50 m^2.

Si l'àrea de les maduixes ha minvat 50 m^2 vol dir que la zona de les tomaques ha augmentat aquest valor. Com que un dels costats (l'alçada segons el dibuix) s'ha allargat 5 m, això vol dir que l'altre costat (l'amplada) fa 10 m ($5 \times 10 = 50$). En conseqüència el quadrat actual de les tomaques fa 10×10. Com que l'alçada ha augmentat 5 metres respecte l'any passat, vol dir que feia 5 m. Per tant l'àrea de les tomaques abans del canvi era 5 m $\times$ 10 m = 50 m^2.



12. C. 3 825.

Per tal que la suma sigui la menor possible cal que les desenes de miler siguin els dos nombres menors possibles (1 i 2) i, seguint el mateix raonament per a les altres posicions, així arribarem a la solució: $1\,357 + 2\,468 = 3\,825$.

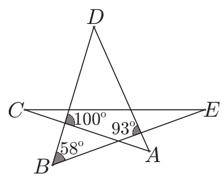
13. D. 100.

M=40	N	P	Q	R=260

Si la suma de les tres primeres caselles ha de ser $M + N + P = 200$, vol dir que $N + P = 160$. Com que les tres centrals han de sumar $N + P + Q = 400$ vol dir que $Q = 400 - 160 = 240$. Finalment, com que les tres últimes han de sumar $P + Q + R = 600$, a P hi ha de col·locar $P = 600 - (260 + 240) = 100$.

14. C. 51°.

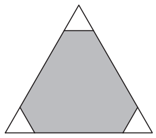
Si observem el triangle de vèrtexs B, D que té, a més l'angle de 93° deduïm que l'angle $D = 180° - (58° + 93°) = 29°$. Si ara passem al triangle de vèrtexs A, D que té, a més, l'angle de 100°, deduïm que $A = 180° - (100° + 29°) = 51°$.



15. B. 11.

A l'altra banda d'on hi ha escrit «primer» hi ha d'anar el 22 ja que és l'únic que no és primer dels quatre nombres. A l'altra banda d'on diu «senar» hi ha d'anar el 2 ja que és l'únic no senar que, ara, queda. Darrera d'on posa «divisible per 7» no hi pot anar el 7, per tant hi va l'11 i comprovem que també la darrera trageta compleix l'enunciat perquè el 7 no és «més gran que 100» .

16. B. 2,5 cm.



Els costats de cada un dels triangles equilàters petits que queden a l'interior del triangle gran són comuns al perímetre de l'hexàgon i a la suma dels perímetres dels tres triangles. Per tant no cal considerar-los per fer la comparació de longituds que ens diu l'enunciat.
Ara sobre cada costat del triangle observem que la suma de dos costats dels triangles petits ha de ser igual al costat de l'hexàgon. Per tant la suma de dos costats del triangle petit és la meitat del costat inicial del triangle i això vol dir que cada costat dels triangles petits és una quarta part del costat del triangle gran: $\frac{10}{4} = 2{,}5$ cm.

17. B. En 12.

La quantitat de peces que resulten depén del nombre de talls horitzontals i verticals que es facen. Per exemple, si només fa 7 talls verticals eixiran 8 peces. Si en fa 6 verticals (i per tant, la tarta queda dividida en 7 trossos) i només 1 horitzontal, llavors cadascun dels trossos verticals queda partit en dos i així apareixeran $7 \times 2 = 14$ peces. Les possibilitats que resten són :

- 5 talls verticals i 2 horitzontals: $6 \times 3 = 18$ peces.
- 4 talls verticals i 3 horitzontals: $5 \times 4 = 20$ peces.

I ja no hi ha més possibilitats perquè si canviem talls horitzontals per verticals el resultat en nombre de peces és el mateix.
En definitiva, l'única quantitat de peces en què no es pot tallar el pastís, de les que apareixen a les opcions de resposta, és la B, en 12 peces.

18. A. 64.

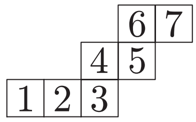
Un cub té 12 arestes, per tant, si es vol construir-ne un sense perdre ni un mil·límetre de filferro, cada aresta haurà de tenir $\frac{48}{12} = 4$ dm. Així, el volum del cub serà $4^3 = 64$ dm^3.

19. D. Dijous.

Com que Eugènia menteix en dilluns, dimecres i dijous, i diu la frase «Avui és dilluns», aquesta és frase és falsa i això vol dir que avui no és dilluns i tampoc no pot ser dimarts, divendres, dissabte o diumenge, perquè eixos dies, Eugènia diu la veritat. Només queden dues possibilitats: dimecres o dijous. Això vol dir que la resposta d'Ausiàs també ha de ser falsa. Com que Ausiàs en dimecres diu la veritat, l'única possibilitat és que siga dijous.

20. B. 1 i 6.

En passar de la posició 1 a la 3, la cara que inicialment és la inferior passa a ser la superior, en les posicions 4 i 5 passa a ser la que tenim oposada a la que veiem frontalment, i en la posició 6 torna a sota.



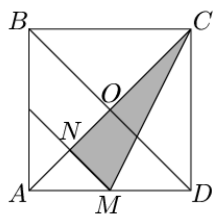
Qüestions de 5 punts

21. A. 37,5 cm.

Podem representar les altures dels cinc cubs així $x-6$, $x-3$, x, $x+3$ i $x+6$ i ens diuen que $x+6=(x-6)+(x-3)+x$, per tant $x=7{,}5$ i l'altura total, $(x-6)+(x-3)+x+(x+3)+(x+6)=5x$, serà de 37,5 cm.

22. D. 3:16.

Si dibuixem la diagonal BD, podem veure que MN és la meitat de DO i, a més, $CN=\frac{3}{4}AC$. Per tant l'àrea de MNC serà $\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}AC\cdot\frac{1}{2}DO=\frac{3}{8}$ de l'àrea del triangle ADC i per tant $\frac{3}{16}$ de l'àrea del quadrat.



23. D. 8.

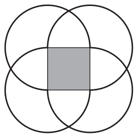
Anem a comprovar que hi ha la mateixa quantitat de cangurs veraços que de cangurs mentiders.

Suposem que hi haguera 9 o més cangurs veraços. Considerem el nové cangur veraç comptant des de l'esquerra. A la seua esquerra sabem segur que hi ha exactament 8 cangurs veraços, mentre que a la seua dreta com a molt hi ha 7 cangurs. Per tant, l'afirmació «A la meua esquerra el nombre de cangurs veraços és més petit que el de mentiders a la dreta» seria falsa i això contradiu que el cangur siga veraç.

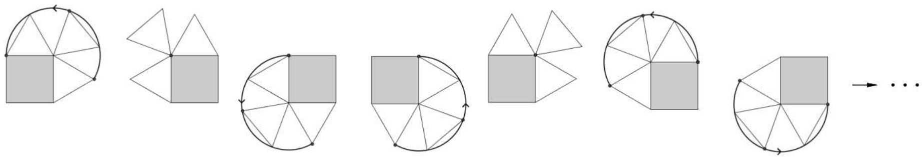
Suposem que hi haguera 9 o més cangurs mentiders. Considerem el nové cangur veraç comptant des de la dreta. A la seua dreta sabem segur que hi ha exactament 8 cangurs mentiders, mentre que a la seua esquerra com a molt hi ha 7 cangurs. Per tant, l'afirmació «A la meua esquerra el nombre de cangurs veraços és més petit que el de mentiders a la dreta» és verdadera, però això contradiu que el cangur siga mentider.

Per tant hi ha, exactament, 8 cangurs veraços i 8 cangurs mentiders.

---

24. A.  .

La imatge següent mostra les primeres rotacions. Observeu que en la segona, en la cinquena, etc. el vèrtex que interessa es queda quiet.



Si aneu continuant sistemàticament els girs i observeu la cadència de la línia que descriu el vèrtex veureu que la solució és la indicada.

---

25. B. 1993.

Com que els quadrats perfectes de dues xifres són 16, 25, 36, 49, 64 i 81, els nombres de referència poden tenir com a segona xifra un 1, un 4 o un 6 i són 816, 649, 164 i 364, la suma dels quals és 1993.

---

26. C. 25.

Calculem primer el nombre total de carreteres, visibles o no. Cada carretera uneix dues ciutats, per tant de cada ciutat eixiran 8 carreteres. En principi podria semblar que hi ha $9 \times 8 = 72$ carreteres, però si les comptem així, resulta que cada carretera l'hauríem comptada dues vegades, una per cada ciutat que uneix. Per tant, haurem de dividir per 2 i així trobem que hi ha $\frac{72}{2} = 36$ carreteres.
Com que hi ha 11 carreteres visibles, les invisibles són $36 - 11 = 25$.

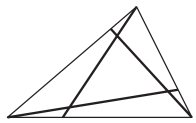
---

27. C. 4.

El triangle gira primer $3°$, desprès $9°$, $27°$ i $81°$. Com que la suma d'aquests quatre angles és $120°$ com a resultat de la quarta rotació torna a coincidir amb el triangle inicial. Les rotacions posteriors són de $243° = 2 \cdot 120° + 3°$, que per a un triangle equilàter equival a un gir de $3°$, i successivament $6 \cdot 120° + 9°$, que en la pràctica és com girar $9°$, $18 \cdot 120° + 27°$, que equival a $27°$, etc. i, doncs, s'aniran repetint les quatre posicions que ja coneixem. Per tant la resposta és que hi ha 4 posicions diferents.

28. C. 13 cm.

Si fem la suma $20 + 25 = 45$ estarem comptant una vegada tots els segments que formen part del perímetre del triangle i dues vegades cada segment interior que pertany a la vegada a un triangle i un quadrilàter. Per tant la suma dels tres segments serà la meitat de $45 - 19$, és a dir, 13 cm.



29. E. 16 cm.

Si multipliquem els números de les quatre graelles 2×2 el resultat serà 16. Però en aquest producte de 16 elements, 9 corresponen al producte d'elements de 3 files i 6 més corresponen al producte de la columna i la fila central i tots aquests productes donen 1, amb la qual cosa només queda l'element central de la graella que per tant serà 16.

30. B.

El primer que hem de fer és determinar en quin moment tornem a tenir la configuració inicial $ABCDE$. Cada dos passos fem una permutació de les lletres: la que estava en el primer lloc va a parar al quart, la que estava en el segon va parar al tercer, etc. Si fem cinc vegades aquesta operació (els dos passos), és a dir en el pas 10, aleshores obtenim la configuració inicial. El mateix tindrem en el pas 2010. Per tant, el resultat en el pas 2012 és el mateix que en el pas número 2. La carta a l'esquerra del tot és la B.