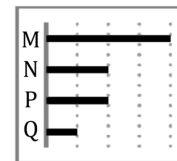


Qüestions de 3 punts

1. El diagrama de la dreta mostra quant de temps va dedicar la Nàdia durant la setmana passada a quatre aplicacions del seu mòbil, (M, N, P i Q). Aquesta setmana, a cadascuna de dues d'aquestes *apps* els ha dedicat exactament la meitat del temps que la setmana passada, i a cadascuna de les altres dues els ha dedicat el mateix temps que la setmana passada. Quin dels diagrames següents pot ser el diagrama que correspon a aquesta setmana?



- A) B) C) D) E)

2. Quants nombres enters compresos entre 100 i 999 són divisibles per 13?

- A) 68 B) 69 C) 70 D) 76 E) 77

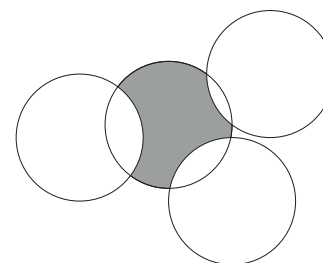
3. La Beatriu és més gran que en Carles i més jove que la Laura. Si l'Eduard és més gran que la Beatriu, quines dues persones poden tenir la mateixa edat?

- A) Carles i Eduard B) Eduard i Laura C) Laura i Carles
D) Beatriu i Laura E) Eduard i Beatriu

4. El producte de les deu xifres d'un nombre és 15. Quina és la suma de les deu xifres d'aquest nombre?

- A) 8 B) 12 C) 15 D) 16 E) 20

5. Quatre cercles de radi 1 es tallen com en la figura. Quin és el perímetre de la zona grisa?



- A) π B) $\frac{3\pi}{2}$ C) $\frac{5\pi}{3}$
D) 2π E) π^2

6. Si escrivim, en ordre creixent, tots els nombres entre 2 i 2022 que estan formats només per les xifres 0 i 2, quin serà el nombre del mig de la llista?

- A) 200 B) 220 C) 222 D) 2000 E) 2002

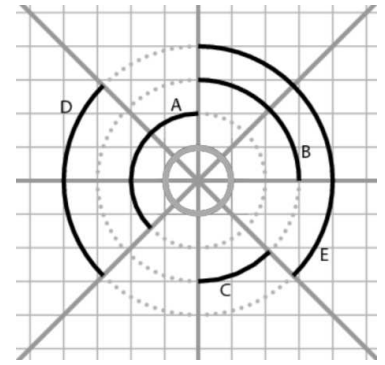
7. Quantes solucions reals té l'equació $(x - 2)^2 + (x + 2)^2 = 0$?

- A) Cap B) Una C) Dues D) Tres E) Quatre

8. Tres nombres a, b, c són diferents de 0. Se sap que els nombres $-2a^4b^3c^2$ i $3a^3b^5c^{-4}$ són del mateix signe. Quina de les desigualtats següents és certa amb seguretat?

- A) $ab > 0$ B) $b < 0$ C) $c > 0$ D) $bc > 0$ E) $a < 0$

9. Quatre línies s'intersequen i formen vuit angles iguals. Quin arc negre és d'igual longitud que la circumferència grisa del centre de la figura?



- A) B) C) D) E)

10. En una línia recta hem marcat els punts A, B, C, D en aquest ordre, com es veu en la figura.



Sabem que la distància entre A i C és 12 cm i entre B i D , 18 cm. Quina és la distància entre els punts mitjans dels segments AB i CD ?

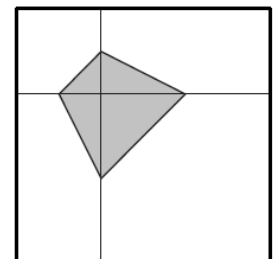
- A) 15 cm B) 12 cm C) 18 cm D) 6 cm E) 9 cm

Qüestions de 4 punts

11. En Toni mira el comptador de l'aigua de casa seva i s'adona que tots els dígits són diferents. Marca $91,876 \text{ m}^3$. Quanta aigua haurà de gastar fins que els cinc dígits del comptador tornin a ser tots diferents per primer cop?

- A) $0,227 \text{ m}^3$ B) $0,508 \text{ m}^3$ C) $0,086 \text{ m}^3$ D) $0,137 \text{ m}^3$ E) Cap de les anteriors

12. El quadrat gran de la figura està dividit en dos rectangles iguals i dos quadrats. El quadrilàter gris té àrea 3 i els seus vèrtexs són els punts mitjans dels costats dels quadrats. Quina és l'àrea de la part no ombrejada del quadrat gran?

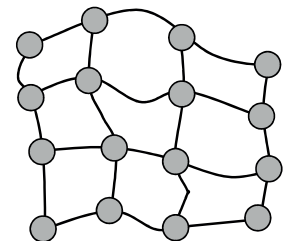


- A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 24

13. Quin és el màxim comú divisor de $2^{2021} + 2^{2022}$ i $3^{2021} + 3^{2022}$?

- A) 36 B) 12 C) 6 D) 2 E) 1

14. El mapa mostra una regió amb 16 ciutats connectades per carreteres. Es volen construir centrals elèctriques en algunes de les ciutats. Cada central ha de poder subministrar electricitat suficient per a la pròpia ciutat i també per a les ciutats veïnes (les que hi estan connectades directament per una única carretera). Quin és el mínim nombre de centrals que s'han de construir per tal de cobrir les necessitats de totes les ciutats?

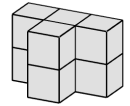
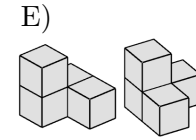
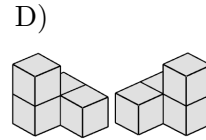
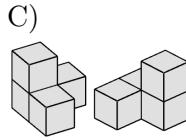
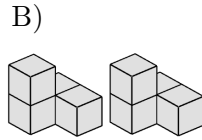
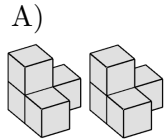


- A) 3 B) 7 C) 4 D) 6 E) 5

15. La Martina juga un torneig amb 8 participants. Ella sap que guanyarà a tothom menys a l'Agnès i que aquesta guanyarà tots els partits. A la primera ronda, les jugadores s'organitzen aleatòriament en quatre parelles, i la guanyadora de cada partit passa a la segona ronda. A la segona ronda s'organitzen els dos partits també de manera aleatòria i les guanyadores passen a la final. Quina és la probabilitat que la Martina arribi a la final?

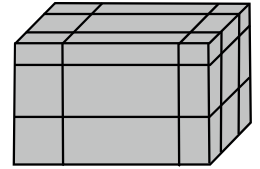
- A) $1/2$ B) 1 C) $2/7$ D) $4/7$ E) $3/7$

16. Quin parell de peces es poden ajuntar per aconseguir la construcció que veieu en la figura de la dreta?



17. Un ortoedre està tallat per sis plans com es mostra en el dibuix. Cada pla és paral·lel a una cara, però la seva distància a la cara és arbitrària. D'aquesta manera queda dividit en 27 ortoedres. Quina és la raó entre l'àrea total de l'ortoedre original i la suma de les àrees totals de cadascun dels altres 27 ortoedres?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{1}{4}$ E) Cap de les anteriors

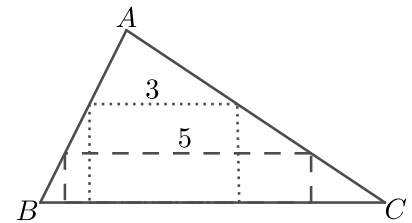


18. La mitjana de cinc nombres és 24. La mitjana dels tres nombres més petits és 19 i la mitjana dels tres més grans és 28. Quina és la mediana dels cinc nombres?

- A) 24 B) 23 C) 22 D) 21 E) 20

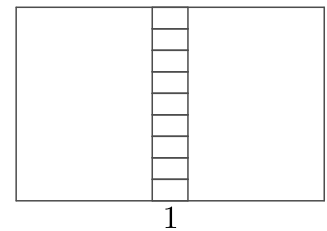
19. Dos rectangles estan inscrits en el triangle ABC . Les dimensions dels rectangles són 1×5 i 2×3 , tal com es mostra en la figura. Quina és la longitud de l'altura del triangle ABC traçada des del vèrtex A ?

- A) $\frac{7}{2}$ B) 3 C) $\frac{8}{3}$ D) $\frac{6}{5}$
E) Cap de les anteriors



20. Un rectangle es divideix en 11 rectangles de la manera que es mostra en la figura. Tots 11 rectangles són semblants al rectangle gran original. L'orientació dels 9 rectangles més petits és la mateixa que la de l'original. Si la longitud de la base dels rectangles petits és 1, quin és el perímetre del rectangle gran?

- A) 24 B) 27 C) 30 D) 36 E) 45



Qüestions de 5 punts

21. Un cercle de radi 5 té el centre en el punt $(0,0)$ d'un sistema de coordenades cartesià. Quants punts del perímetre d'aquest cercle tenen les dues coordenades enteres?

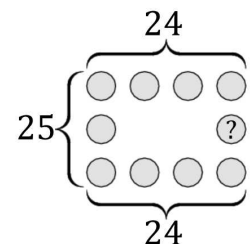
- A) 4 B) 12 C) 20 D) 16 E) 8

22. Quants nombres positius de tres xifres hi ha que siguin iguals al producte de les seves tres xifres multiplicat per 5?

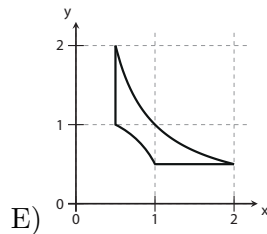
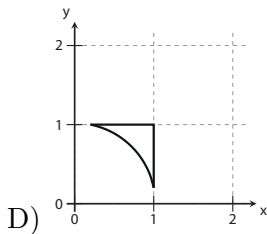
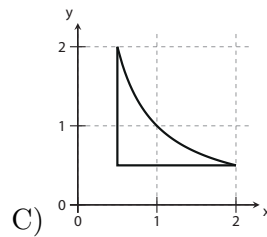
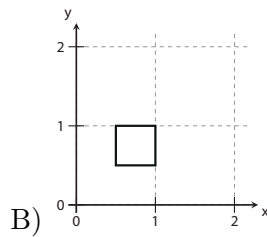
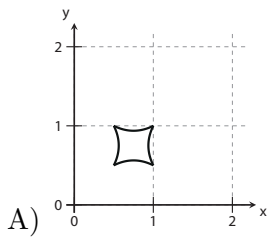
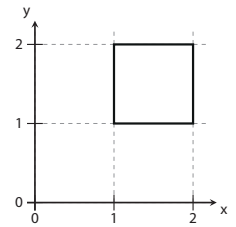
- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) Cap

23. Els nombres de l'1 al 10 s'escriuen als cercles de la figura, un en cada cercle. La suma dels nombres de la fila de dalt és 24, la suma dels nombres de la fila de baix també és 24 i la suma dels nombres de la columna de l'esquerra és 25. Quin és el nombre que hi pot haver al cercle que té un interrogant?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 2 E) Cap dels valors anteriors



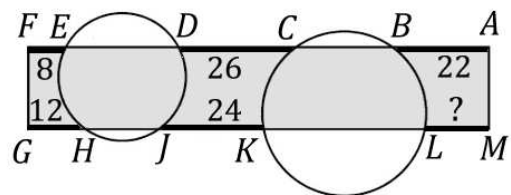
24. Un quadrat està situat en un sistema de coordenades com es mostra en la figura de la dreta. Cada punt (x, y) del quadrat es trasllada a $(\frac{1}{x}, \frac{1}{y})$. Quina serà la figura resultant?



25. Els vèrtexs d'un polígon de 20 costats es numeren de l'1 al 20 de manera que els nombres de vèrtexs adjacents difereixen en 1 o en 2. Pintem de color vermell els costats del polígon els extrems dels quals difereixen només en 1. Quants costats vermells hi ha?

- A) 10 B) 5 C) 2 D) 1 E) Hi ha diverses possibilitats

26. Dues circumferències tallen un rectangle $AFGM$. Els segments que queden fora dels cercles tenen longituds $AB = 22$, $CD = 26$, $EF = 8$, $GH = 12$ i $JK = 24$. Quina és la longitud de LM ?



- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

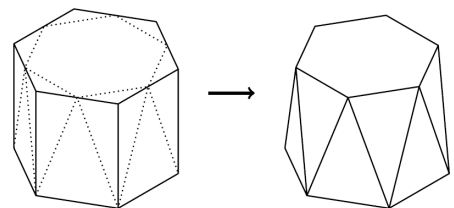
27. Quina de les expressions següents indica quants nombres enters hi ha entre $\sqrt{N^2 + N + 1}$ i $\sqrt{9N^2 + N + 1}$ per a qualsevol N que sigui un nombre enter positiu?

- A) $N + 1$ B) $2N - 1$ C) $2N$ D) $2N + 1$ E) Depèn del valor de N

28. En una successió, $0 < a_1 < 1$. Per tot $n \geq 1$, $a_{2n} = a_2 \cdot a_n + 1$ i $a_{2n+1} = a_2 \cdot a_n - 2$. Si es compleix que $a_7 = 2$, quin és el valor de a_2 ?

- A) Igual a a_1 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

29. Un prisma hexagonal regular s'escapça tal com mostra la figura. La cara superior es converteix en un altre hexàgon regular i les 6 cares rectangulars laterals es converteixen en 12 triangles isòscels de dues mides diferents. Quina fracció del volum del prisma original s'ha perdut?



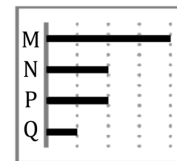
- A) $\frac{1}{6\sqrt{3}}$ B) $\frac{1}{6\sqrt{2}}$ C) $\frac{1}{4\sqrt{3}}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{12}$

30. Les butaques d'un teatre estan situades formant un rectangle, ordenadament per files (butaques una al costat de l'altra) i columnes (butaques una al darrere de l'altra). Sabem que la capacitat del teatre és la mínima que permet situar en cada fila exactament 12 homes, en cada columna exactament 15 dones i deixar exactament 7 butaques lliures. Quina és la capacitat del teatre?

- A) 635 B) 754 C) 736 D) 650 E) 680

Qüestions de 3 punts

1. El diagrama de la dreta mostra quant de temps va dedicar la Nàdia durant la setmana passada a quatre aplicacions del seu mòbil, (M, N, P i Q). Aquesta setmana, a cadascuna de dues d'aquestes *apps* els ha dedicat exactament la meitat del temps que la setmana passada, i a cadascuna de les altres dues els ha dedicat el mateix temps que la setmana passada. Quin dels diagrames següents pot ser el diagrama que correspon a aquesta setmana?



- A) B) C) D) E)

2. Quants nombres enters compresos entre 100 i 999 són divisibles per 13?

- A) 77 B) 76 C) 70 D) 69 E) 68

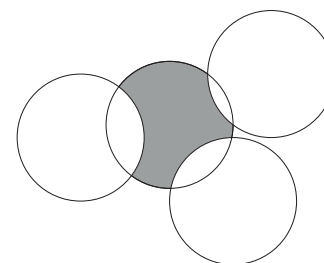
3. La Beatriu és més gran que en Carles i més jove que la Laura. Si l'Eduard és més gran que la Beatriu, quines dues persones poden tenir la mateixa edat?

- A) Eduard i Laura B) Carles i Eduard C) Laura i Carles
D) Beatriu i Laura E) Eduard i Beatriu

4. El producte de les deu xifres d'un nombre és 15. Quina és la suma de les deu xifres d'aquest nombre?

- A) 20 B) 16 C) 15 D) 12 E) 8

5. Quatre cercles de radi 1 es tallen com en la figura. Quin és el perímetre de la zona grisa?



- A) π B) $\frac{3\pi}{2}$ C) $\frac{5\pi}{3}$
D) π^2 E) 2π

6. Si escrivim, en ordre creixent, tots els nombres entre 2 i 2022 que estan formats només per les xifres 0 i 2, quin serà el nombre del mig de la llista?

- A) 200 B) 220 C) 222 D) 2000 E) 2002

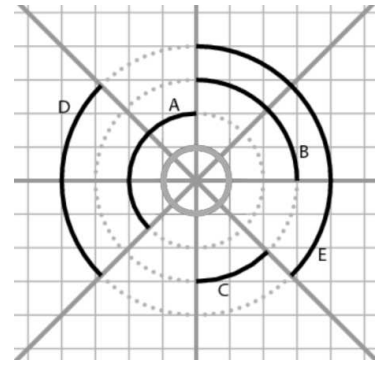
7. Quantes solucions reals té l'equació $(x - 2)^2 + (x + 2)^2 = 0$?

- A) Quatre B) Tres C) Dues D) Una E) Cap

8. Tres nombres a, b, c són diferents de 0. Se sap que els nombres $-2a^4b^3c^2$ i $3a^3b^5c^{-4}$ són del mateix signe. Quina de les desigualtats següents és certa amb seguretat?

- A) $a < 0$ B) $bc > 0$ C) $c > 0$ D) $b < 0$ E) $ab > 0$

9. Quatre línies s'intersequen i formen vuit angles iguals. Quin arc negre és d'igual longitud que la circumferència grisa del centre de la figura?



- A) B) C) D) E)

10. En una línia recta hem marcat els punts A, B, C, D en aquest ordre, com es veu en la figura.



Sabem que la distància entre A i C és 12 cm i entre B i D , 18 cm. Quina és la distància entre els punts mitjans dels segments AB i CD ?

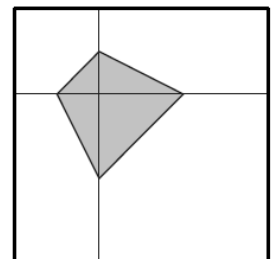
- A) 12 cm B) 15 cm C) 18 cm D) 6 cm E) 9 cm

Qüestions de 4 punts

11. En Toni mira el comptador de l'aigua de casa seva i s'adona que tots els dígits són diferents. Marca $91,876 \text{ m}^3$. Quanta aigua haurà de gastar fins que els cinc dígits del comptador tornin a ser tots diferents per primer cop?

- A) $0,227 \text{ m}^3$ B) $0,508 \text{ m}^3$ C) $0,086 \text{ m}^3$ D) $0,137 \text{ m}^3$ E) Cap de les anteriors

12. El quadrat gran de la figura està dividit en dos rectangles iguals i dos quadrats. El quadrilàter gris té àrea 3 i els seus vèrtexs són els punts mitjans dels costats dels quadrats. Quina és l'àrea de la part no ombrejada del quadrat gran?

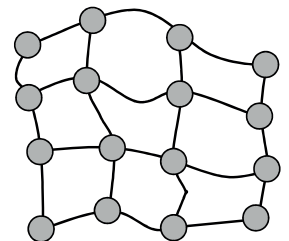


- A) 24 B) 21 C) 18 D) 15 E) 12

13. Quin és el màxim comú divisor de $2^{2021} + 2^{2022}$ i $3^{2021} + 3^{2022}$?

- A) 1 B) 2 C) 6 D) 12 E) 36

14. El mapa mostra una regió amb 16 ciutats connectades per carreteres. Es volen construir centrals elèctriques en algunes de les ciutats. Cada central ha de poder subministrar electricitat suficient per a la pròpia ciutat i també per a les ciutats veïnes (les que hi estan connectades directament per una única carretera). Quin és el mínim nombre de centrals que s'han de construir per tal de cobrir les necessitats de totes les ciutats?

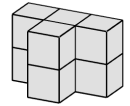
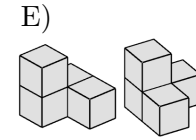
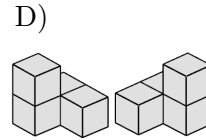
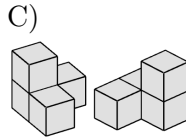
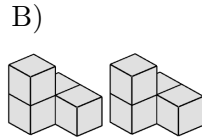
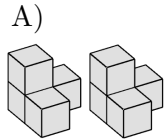


- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

15. La Martina juga un torneig amb 8 participants. Ella sap que guanyarà a tothom menys a l'Agnès i que aquesta guanyarà tots els partits. A la primera ronda, les jugadores s'organitzen aleatòriament en quatre parelles, i la guanyadora de cada partit passa a la segona ronda. A la segona ronda s'organitzen els dos partits també de manera aleatòria i les guanyadores passen a la final. Quina és la probabilitat que la Martina arribi a la final?

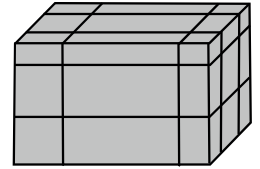
- A) 1 B) $1/2$ C) $2/7$ D) $3/7$ E) $4/7$

16. Quin parell de peces es poden ajuntar per aconseguir la construcció que veieu en la figura de la dreta?



17. Un ortoedre està tallat per sis plans com es mostra en el dibuix. Cada pla és paral·lel a una cara, però la seva distància a la cara és arbitrària. D'aquesta manera queda dividit en 27 ortoedres. Quina és la raó entre l'àrea total de l'ortoedre original i la suma de les àrees totals de cadascun dels altres 27 ortoedres?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) Cap de les anteriors

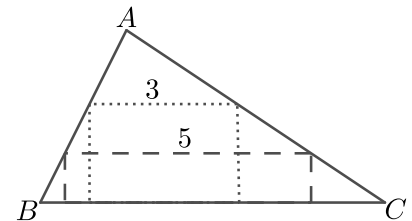


18. La mitjana de cinc nombres és 24. La mitjana dels tres nombres més petits és 19 i la mitjana dels tres més grans és 28. Quina és la mediana dels cinc nombres?

- A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

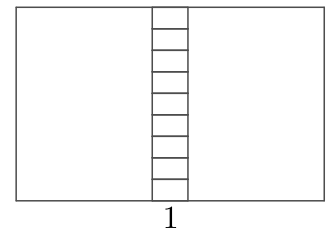
19. Dos rectangles estan inscrits en el triangle ABC . Les dimensions dels rectangles són 1×5 i 2×3 , tal com es mostra en la figura. Quina és la longitud de l'altura del triangle ABC traçada des del vèrtex A ?

- A) 3 B) $\frac{7}{2}$ C) $\frac{8}{3}$ D) $\frac{6}{5}$
E) Cap de les anteriors



20. Un rectangle es divideix en 11 rectangles de la manera que es mostra en la figura. Tots 11 rectangles són semblants al rectangle gran original. L'orientació dels 9 rectangles més petits és la mateixa que la de l'original. Si la longitud de la base dels rectangles petits és 1, quin és el perímetre del rectangle gran?

- A) 24 B) 27 C) 30 D) 36 E) 45



Qüestions de 5 punts

21. Un cercle de radi 5 té el centre en el punt $(0,0)$ d'un sistema de coordenades cartesià. Quants punts del perímetre d'aquest cercle tenen les dues coordenades enteres?

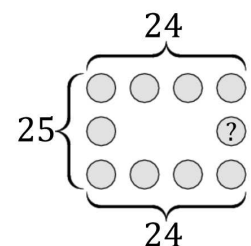
- A) 8 B) 16 C) 20 D) 12 E) 4

22. Quants nombres positius de tres xifres hi ha que siguin iguals al producte de les seves tres xifres multiplicat per 5?

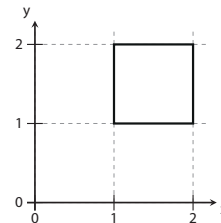
- A) Cap B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

23. Els nombres de l'1 al 10 s'escriuen als cercles de la figura, un en cada cercle. La suma dels nombres de la fila de dalt és 24, la suma dels nombres de la fila de baix també és 24 i la suma dels nombres de la columna de l'esquerra és 25. Quin és el nombre que hi pot haver al cercle que té un interrogant?

- A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) Cap dels valors anteriors



24. Un quadrat està situat en un sistema de coordenades com es mostra en la figura de la dreta. Cada punt (x, y) del quadrat es trasllada a $(\frac{1}{x}, \frac{1}{y})$. Quina serà la figura resultant?

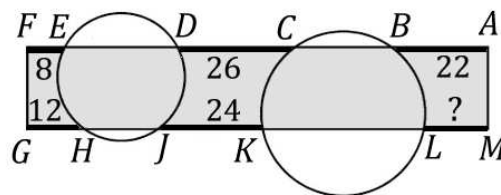


- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

25. Els vèrtexs d'un polígon de 20 costats es numeren de l'1 al 20 de manera que els nombres de vèrtexs adjacents difereixen en 1 o en 2. Pintem de color vermell els costats del polígon els extrems dels quals difereixen només en 1. Quants costats vermells hi ha?

- A) 1 B) 2 C) 5 D) 10 E) Hi ha diverses possibilitats

26. Dues circumferències tallen un rectangle $AFGM$. Els segments que queden fora dels cercles tenen longituds $AB = 22$, $CD = 26$, $EF = 8$, $GH = 12$ i $JK = 24$. Quina és la longitud de LM ?



- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

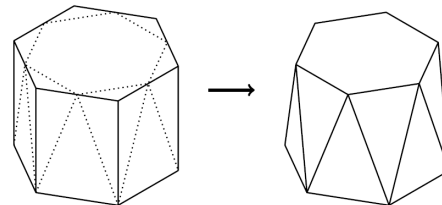
27. Quina de les expressions següents indica quants nombres enters hi ha entre $\sqrt{N^2 + N + 1}$ i $\sqrt{9N^2 + N + 1}$ per a qualsevol N que sigui un nombre enter positiu?

- A) $N + 1$ B) $2N - 1$ C) $2N$ D) $2N + 1$ E) Depèn del valor de N

28. En una successió, $0 < a_1 < 1$. Per tot $n \geq 1$, $a_{2n} = a_2 \cdot a_n + 1$ i $a_{2n+1} = a_2 \cdot a_n - 2$. Si es compleix que $a_7 = 2$, quin és el valor de a_2 ?

- A) Igual a a_1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

29. Un prisma hexagonal regular s'escapça tal com mostra la figura. La cara superior es converteix en un altre hexàgon regular i les 6 cares rectangulars laterals es converteixen en 12 triangles isòscels de dues mides diferents. Quina fracció del volum del prisma original s'ha perdut?



- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4\sqrt{3}}$ D) $\frac{1}{6\sqrt{2}}$ E) $\frac{1}{6\sqrt{3}}$

30. Les butaques d'un teatre estan situades formant un rectangle, ordenadament per files (butaques una al costat de l'altra) i columnes (butaques una al darrere de l'altra). Sabem que la capacitat del teatre és la mínima que permet situar en cada fila exactament 12 homes, en cada columna exactament 15 dones i deixar exactament 7 butaques lliures. Quina és la capacitat del teatre?

- A) 635 B) 754 C) 650 D) 736 E) 680