

Qüestions de 3 punts

1. Si encaixem correctament les sis peces del trencaclosques de la figura es mostrarà una operació aritmètica. Quin és el resultat d'aquesta operació?



- A) 14 B) 22 C) 120 D) 24 E) 0

2. La Paula mira al mòbil l'aplicació del temps, que mostra les temperatures mínimes previstes per als pròxims set dies. Quina forma té el gràfic d'evolució de la temperatura?

-1°C dv.	-4°C ds.	0°C dg.	0°C dl.	3°C dt.	-3°C dc.	-5°C dj.



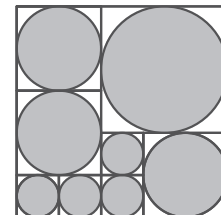
3. Quants nombres enters hi ha en l'interval $(20 - \sqrt{21}, 20 + \sqrt{21})$?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 9 E) 10

4. Dividim un cub d'aresta 1 m en dos ortoedres idèntics. Quina és la mesura de la superfície d'un d'aquests ortoedres?

- A) 2 m^2 B) 5 m^2 C) $\frac{3}{2}\text{ m}^2$ D) 3 m^2 E) 4 m^2

5. Un quadrat gran es divideix en vuit quadrats més petits i dins de cada quadrat s'inscriu un cercle gris, tal com es veu en la figura. Quina proporció de l'àrea del quadrat gran és grisa?



- A) $\frac{2\pi}{9}$ B) $\frac{5\pi}{16}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{\pi}$ E) $\frac{\pi}{4}$

6. Un full de paper rectangular té llargada x i amplada y , amb $x > y$. El full es pot enrotllar de dues maneres per a formar un cilindre (sense tapes). Quina és la raó entre el volum del cilindre més alt i el volum del cilindre més baix?

- A) $x^2 : y^2$ B) $y^2 : x^2$ C) $x : y$ D) $1 : 1$ E) $y : x$

7. Sigui $x = \frac{\pi}{4}$. Quin dels nombres següents és el més gran?

- A) $\sqrt[4]{x}$ B) $\sqrt{x}$ C) x^2 D) x E) x^4

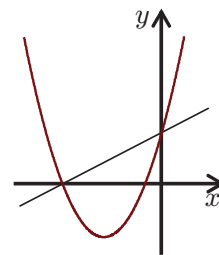
8. Formem tots els possibles nombres de tres xifres, iguals o diferents, fent servir únicament les xifres 1, 3 i 5. Quants d'aquests nombres són divisibles per 3?

- A) 6 B) 27 C) 18 D) 7 E) 9

9. Quina és l'àrea del triangle que té els vèrtexs en els punts de coordenades (p, q) , $(3p, q)$ i $(2p, 3q)$, amb $p, q > 0$?

- A) $3pq$ B) pq C) $4pq$ D) $\frac{pq}{2}$ E) $2pq$

10. La paràbola de la figura té l'equació $y = ax^2 + bx + c$. Quina de les equacions següents podria ser l'equació de la recta de la figura?



- A) $y = ax + b$ B) $y = bx + c$ C) $y = cx + a$
D) $y = ax + c$ E) $y = cx + b$

Qüestions de 4 punts

11. Quina proporció de tots els divisors de $7!$ són nombres senars?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{6}$

12. Si $A = (0, 1) \cup (2, 3)$ i $B = (1, 2) \cup (3, 4)$, quin és el conjunt de tots els nombres de la forma $a + b$ amb a pertanyent a A i b pertanyent a B ?

- A) $(1, 5) \cup (5, 7)$ B) $(1, 3) \cup (3, 7)$ C) $(1, 3) \cup (3, 5) \cup (5, 7)$ D) $(1, 7)$ E) $(1, 4) \cup (5, 7)$

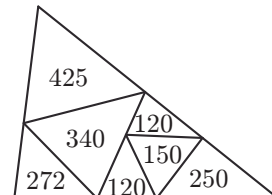
13. Quants nombres enters i positius de tres xifres tenen la propietat que, en invertir l'ordre de les xifres, el nombre s'incrementa en 99?

- A) 80 B) 72 C) 64 D) 81 E) 8

14. Els primers mil nombres enters positius es poden ordenar de moltes maneres. Si per cada ordre es calculen totes les sumes de tres nombres consecutius, el nombre de resultats senars varia. Quin és el nombre màxim de sumes de resultat senar que es poden obtenir?

- A) 994 B) 995 C) 996 D) 998 E) 997

15. Un triangle gran es divideix en triangles més petits com es mostra en la figura. El nombre que hi ha a dins de cada triangle petit n'indica el perímetre. Quin és el perímetre del triangle gran?



- A) 1017 B) 682 C) 703 D) 697 E) Cap dels valors anteriors

16. Per a un nombre enter positiu N denotem per $p(N)$ el producte de les xifres de N . Per exemple, $p(23) = 2 \cdot 3 = 6$. Quin és el resultat de la suma següent?

$$p(10) + p(11) + p(12) + \dots + p(99) + p(100)$$

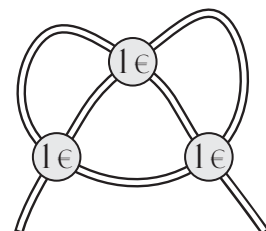
- A) 5050 B) 4050 C) 5005 D) 2025 E) 4500

17. En el quadrat 5×5 de la figura, la suma dels nombres de qualsevol fila i de qualsevol columna és la mateixa, però alguns dels nombres no es veuen. Quin és el nombre que falta en el quadrat marcat amb un signe d'interrogació?

	16		22	
20		21		2
	25		1	
24		5		6
	4		?	

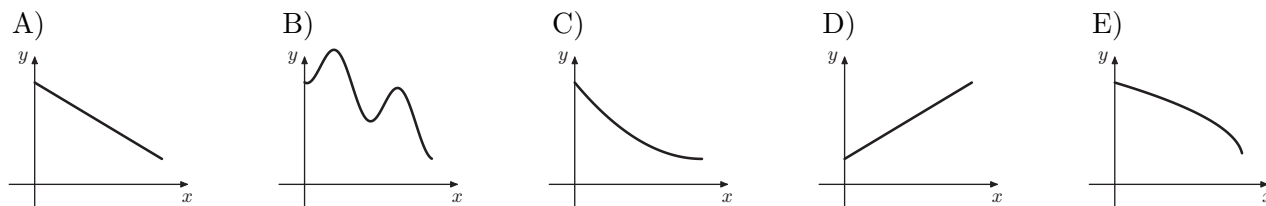
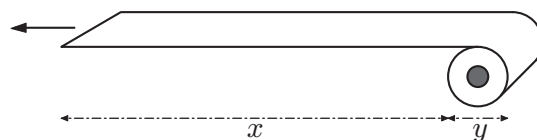
- A) 23 B) 8 C) 10 D) 18 E) 12

18. Tenim un tros de corda sobre la taula. Està parcialment tapada per tres monedes com es veu en la figura. Sota cada moneda, la corda es creua amb ella mateixa d'una de les dues maneres següents:  o  (amb la mateixa probabilitat). Quina és la probabilitat que es faci un nus a la corda després d'estirar-ne els extrems?

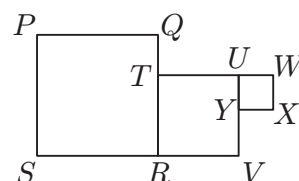


- A) $\frac{3}{8}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{4}$

19. Un gosset juganer agafa l'extrem d'un rotlle de paper higiènic i s'allunya a una velocitat constant. Quina de les funcions següents descriu millor el gruix y del rotlle en funció de la longitud x desenrotllada?



20. El diagrama mostra tres quadrats: $PQRS$, $TUVR$ i $UWXY$. Es col·loquen junts, costat amb costat. Els punts P , T i X es troben en la mateixa línia recta. L'àrea de $PQRS$ és 36 i l'àrea de $TUVR$ és 16. Quina és l'àrea del triangle PXV ?

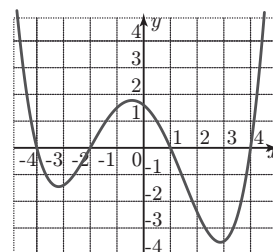


- A) $\frac{44}{3}$ B) $\frac{46}{3}$ C) 16 D) 18 E) $\frac{53}{3}$

Qüestions de 5 punts

21. La figura mostra el gràfic d'una funció $f : [-5; 5] \rightarrow \mathbb{R}$.

Quantes solucions diferents té l'equació $f(f(x)) = 0$?



- A) 8 B) 4 C) 7 D) 2 E) 6

22. S'han escrit els nombres 1, 2, 7, 9, 10, 15 i 19 a la pissarra. Dos jugadors esborren alternativament un nombre cada un fins que només en queda un. Quin és el nombre que ha quedat si la suma dels nombres esborrats per un dels jugadors és el doble de la suma dels nombres esborrats per l'altre?

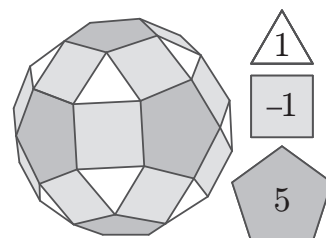
- A) 7 B) 10 C) 9 D) 19 E) 15

23. $f(x)$ és una funció de nombres reals que compleix $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$ i $f(1) = 2$. Quin és el valor de l'expressió següent?

$$\frac{f(2)}{f(1)} + \frac{f(3)}{f(2)} + \dots + \frac{f(2021)}{f(2020)}$$

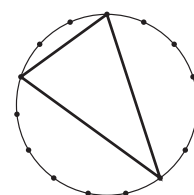
- A) 2^{2020} B) $\frac{2021}{2020}$ C) 2020 D) 2021 E) Cap de les respostes anteriors

24. El políedre representat té dotze cares pentagonals regulars i les altres cares són triangles equilàters o quadrats. Cada aresta dels pentàgons és comuna a una aresta d'un quadrat i cada aresta dels triangles també és comuna a una aresta d'un quadrat. En Joan escriu un 1 a cada triangle, un 5 a cada pentàgon i un -1 a cada quadrat. Quina és la suma total dels nombres escrits en el políedre?



- A) 80 B) 60 C) 50 D) 20 E) 120

25. Tenim quinze punts en un cercle que corresponen als vèrtexs d'un polígon regular. Podem formar triangles amb tres d'aquests punts. Es considera que dos triangles són iguals si tenen els costats homòlegs iguals. Quants triangles diferents es poden formar?



- A) 455 B) 23 C) 19 D) 46 E) 91

26. Cinc cangurs femella, de nom A , B , C , D i E , tenen un fill cada una, de nom x , y , z , t i v . En la primera imatge de grup (figura 1) exactament dos dels cangurets estan just al costat de la seva mare. En la segona imatge (figura 2) són tres els que estan amb la seva mare. De qui és fill el canguret x ?

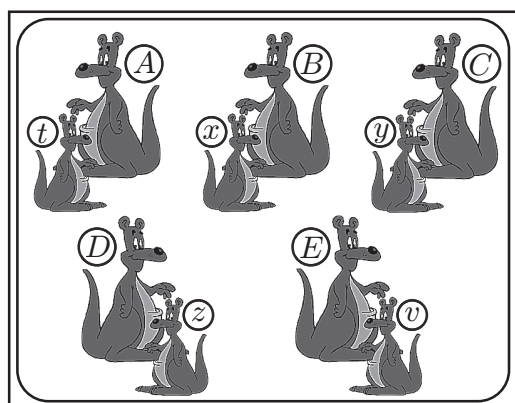


Figura 1

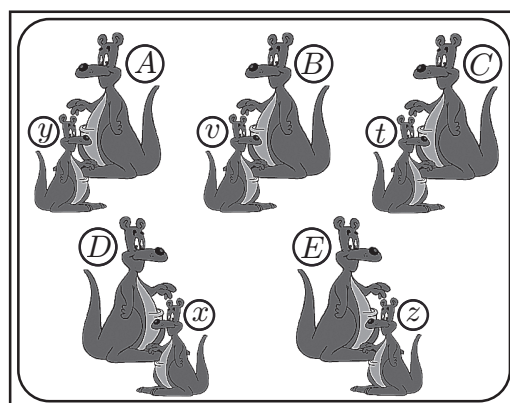
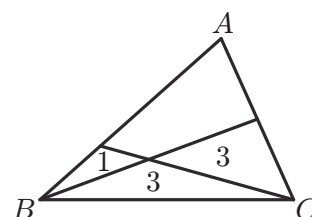


Figura 2

- A) De A B) De B C) De C D) De D E) De E

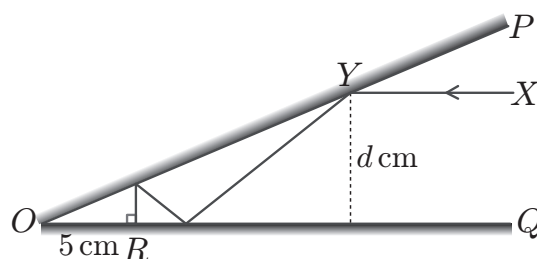
27. El triangle ABC està dividit per dos segments com es veu en la figura. Les àrees dels triangles petits són 1, 3 i 3. Quant val l'àrea del triangle ABC ?

- A) 12 B) 13,5 C) 12,5 D) 14 E) 13



28. OP i OQ són miralls plans que formen un angle agut. Un raig de llum XY paral·lel a QO incideix en el mirall OP en el punt Y , és reflectit i incideix en el mirall OQ i, després de tornar a incidir en el primer mirall, arriba al mirall OQ en el punt R formant un angle recte com es pot veure en la figura. La distància OR és de 5 cm. Si el raig XY està a d cm del mirall OQ , quin és el valor de d ?

- A) 6 B) 4 C) 5 D) 5,5 E) 4,5



29. $M(k)$ és el valor màxim de $|4x^2 - 4x + k|$ per a x en l'interval $[-1, 1]$. Si k pot ser qualsevol nombre real, quin és el valor mínim possible de $M(k)$?

- A) 5 B) 8 C) $\frac{11}{2}$ D) 4 E) $\frac{9}{2}$

30. Un joc acaba quan un dels jugadors té 3 punts més que l'altre. Dos jugadors, A i B , hi estan jugant i, en un cert moment, A té un punt més que B . Suposant que cada jugador té la mateixa probabilitat d'aconseguir cada punt, quina és la probabilitat que A guanyi el joc?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$



Qüestions de 3 punts

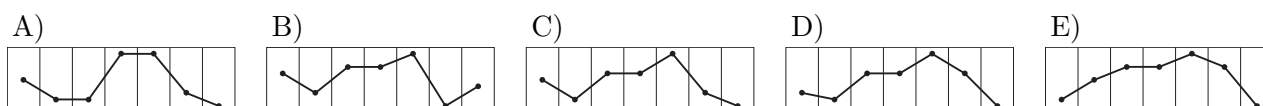
1. Si encaixem correctament les sis peces del trencaclosques de la figura es mostrarà una operació aritmètica. Quin és el resultat d'aquesta operació?



- A) 0 B) 24 C) 14 D) 22 E) 120

2. La Paula mira al mòbil l'aplicació del temps, que mostra les temperatures mínimes previstes per als pròxims set dies. Quina forma té el gràfic d'evolució de la temperatura?

-1°C dv.	-4°C ds.	0°C dg.	0°C dl.	3°C dt.	-3°C dc.	-5°C dj.



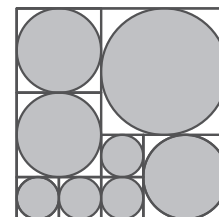
3. Quants nombres enters hi ha en l'interval $(20 - \sqrt{21}, 20 + \sqrt{21})$?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

4. Dividim un cub d'aresta 1 m en dos ortoedres idèntics. Quina és la mesura de la superfície d'un d'aquests ortoedres?

- A) 5 m^2 B) 2 m^2 C) 4 m^2 D) $\frac{3}{2}\text{ m}^2$ E) 3 m^2

5. Un quadrat gran es divideix en vuit quadrats més petits i dins de cada quadrat s'inscriu un cercle gris, tal com es veu en la figura. Quina proporció de l'àrea del quadrat gran és grisa?



- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{3}{\pi}$ C) $\frac{5\pi}{16}$ D) $\frac{2\pi}{9}$ E) $\frac{\pi}{4}$

6. Un full de paper rectangular té llargada x i amplada y , amb $x > y$. El full es pot enrotllar de dues maneres per a formar un cilindre (sense tapes). Quina és la raó entre el volum del cilindre més alt i el volum del cilindre més baix?

- A) 1 : 1 B) $x : y$ C) $x^2 : y^2$ D) $y : x$ E) $y^2 : x^2$

7. Sigui $x = \frac{\pi}{4}$. Quin dels nombres següents és el més gran?

- A) x^2 B) $\sqrt{x}$ C) $\sqrt[4]{x}$ D) x E) x^4

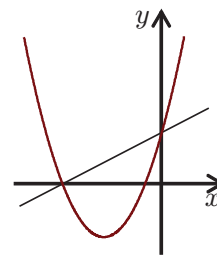
8. Formem tots els possibles nombres de tres xifres, iguals o diferents, fent servir únicament les xifres 1, 3 i 5. Quants d'aquests nombres són divisibles per 3?

- A) 18 B) 7 C) 9 D) 27 E) 6

9. Quina és l'àrea del triangle que té els vèrtexs en els punts de coordenades (p, q) , $(3p, q)$ i $(2p, 3q)$, amb $p, q > 0$?

- A) pq B) $\frac{pq}{2}$ C) $4pq$ D) $3pq$ E) $2pq$

10. La paràbola de la figura té l'equació $y = ax^2 + bx + c$. Quina de les equacions següents podria ser l'equació de la recta de la figura?



- A) $y = cx + b$ B) $y = ax + b$ C) $y = bx + c$
D) $y = cx + a$ E) $y = ax + c$

Qüestions de 4 punts

11. Quina proporció de tots els divisors de $7!$ són nombres senars?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{4}$

12. Si $A = (0, 1) \cup (2, 3)$ i $B = (1, 2) \cup (3, 4)$, quin és el conjunt de tots els nombres de la forma $a + b$ amb a pertanyent a A i b pertanyent a B ?

- A) $(1, 7)$ B) $(1, 3) \cup (3, 5) \cup (5, 7)$ C) $(1, 3) \cup (3, 7)$ D) $(1, 4) \cup (5, 7)$ E) $(1, 5) \cup (5, 7)$

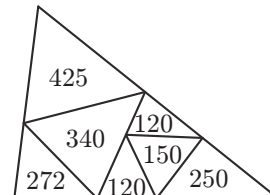
13. Quants nombres enters i positius de tres xifres tenen la propietat que, en invertir l'ordre de les xifres, el nombre s'incrementa en 99?

- A) 72 B) 8 C) 80 D) 64 E) 81

14. Els primers mil nombres enters positius es poden ordenar de moltes maneres. Si per cada ordre es calculen totes les sumes de tres nombres consecutius, el nombre de resultats senars varia. Quin és el nombre màxim de sumes de resultat senar que es poden obtenir?

- A) 994 B) 998 C) 997 D) 995 E) 996

15. Un triangle gran es divideix en triangles més petits com es mostra en la figura. El nombre que hi ha a dins de cada triangle petit n'indica el perímetre. Quin és el perímetre del triangle gran?



- A) 697 B) 703 C) 682 D) 1017 E) Cap dels valors anteriors

16. Per a un nombre enter positiu N denotem per $p(N)$ el producte de les xifres de N . Per exemple, $p(23) = 2 \cdot 3 = 6$. Quin és el resultat de la suma següent?

$$p(10) + p(11) + p(12) + \dots + p(99) + p(100)$$

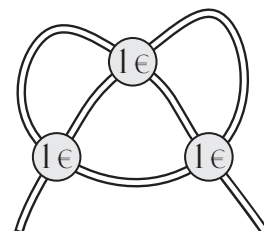
- A) 5050 B) 2025 C) 4500 D) 4050 E) 5005

17. En el quadrat 5×5 de la figura, la suma dels nombres de qualsevol fila i de qualsevol columna és la mateixa, però alguns dels nombres no es veuen. Quin és el nombre que falta en el quadrat marcat amb un signe d'interrogació?

	16		22	
20		21		2
	25		1	
24		5		6
	4		?	

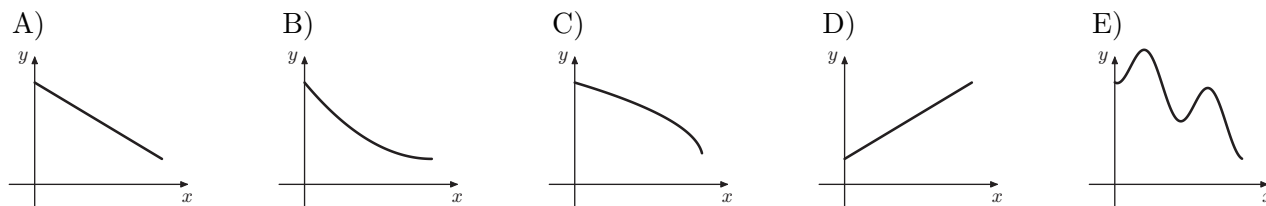
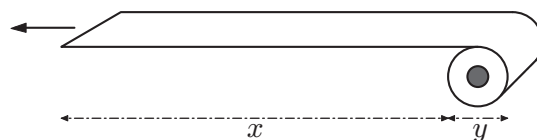
- A) 18 B) 23 C) 12 D) 10 E) 8

18. Tenim un tros de corda sobre la taula. Està parcialment tapada per tres monedes com es veu en la figura. Sota cada moneda, la corda es creua amb ella mateixa d'una de les dues maneres següents:  o  (amb la mateixa probabilitat). Quina és la probabilitat que es faci un nus a la corda després d'estirar-ne els extrems?

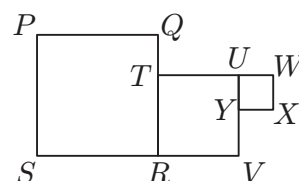


- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{4}$

19. Un gosset juganer agafa l'extrem d'un rotlle de paper higiènic i s'allunya a una velocitat constant. Quina de les funcions següents descriu millor el gruix y del rotlle en funció de la longitud x desenrotllada?



20. El diagrama mostra tres quadrats: $PQRS$, $TUVR$ i $UWXY$. Es col·loquen junts, costat amb costat. Els punts P , T i X es troben en la mateixa línia recta. L'àrea de $PQRS$ és 36 i l'àrea de $TUVR$ és 16. Quina és l'àrea del triangle PXV ?

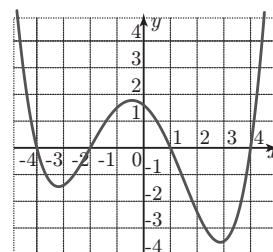


- A) $\frac{44}{3}$ B) $\frac{46}{3}$ C) 18 D) $\frac{53}{3}$ E) 16

Qüestions de 5 punts

21. La figura mostra el gràfic d'una funció $f : [-5; 5] \rightarrow \mathbb{R}$.

Quantes solucions diferents té l'equació $f(f(x)) = 0$?



- A) 8 B) 4 C) 6 D) 2 E) 7

22. S'han escrit els nombres 1, 2, 7, 9, 10, 15 i 19 a la pissarra. Dos jugadors esborren alternativament un nombre cada un fins que només en queda un. Quin és el nombre que ha quedat si la suma dels nombres esborrats per un dels jugadors és el doble de la suma dels nombres esborrats per l'altre?

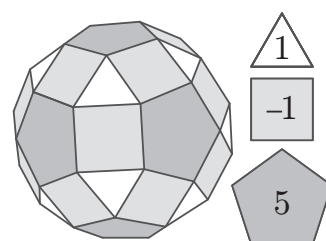
- A) 19 B) 7 C) 15 D) 9 E) 10

23. $f(x)$ és una funció de nombres reals que compleix $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$ i $f(1) = 2$. Quin és el valor de l'expressió següent?

$$\frac{f(2)}{f(1)} + \frac{f(3)}{f(2)} + \dots + \frac{f(2021)}{f(2020)}$$

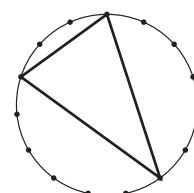
- A) 2021 B) $\frac{2021}{2020}$ C) 2^{2020} D) 2020 E) Cap de les respostes anteriors

24. El políedre representat té dotze cares pentagonals regulars i les altres cares són triangles equilàters o quadrats. Cada aresta dels pentàgons és comuna a una aresta d'un quadrat i cada aresta dels triangles també és comuna a una aresta d'un quadrat. En Joan escriu un 1 a cada triangle, un 5 a cada pentàgon i un -1 a cada quadrat. Quina és la suma total dels nombres escrits en el políedre?



- A) 50 B) 80 C) 60 D) 20 E) 120

25. Tenim quinze punts en un cercle que corresponen als vèrtexs d'un polígon regular. Podem formar triangles amb tres d'aquests punts. Es considera que dos triangles són iguals si tenen els costats homòlegs iguals. Quants triangles diferents es poden formar?



- A) 91 B) 23 C) 455 D) 19 E) 46

26. Cinc cangurs femella, de nom A, B, C, D i E , tenen un fill cada una, de nom x, y, z, t i v . En la primera imatge de grup (figura 1) exactament dos dels cangurets estan just al costat de la seva mare. En la segona imatge (figura 2) són tres els que estan amb la seva mare. De qui és fill el canguret x ?

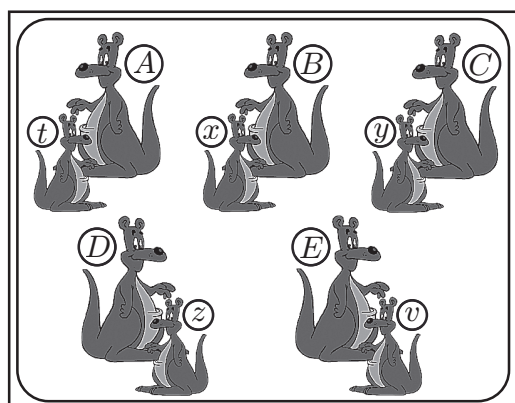


Figura 1

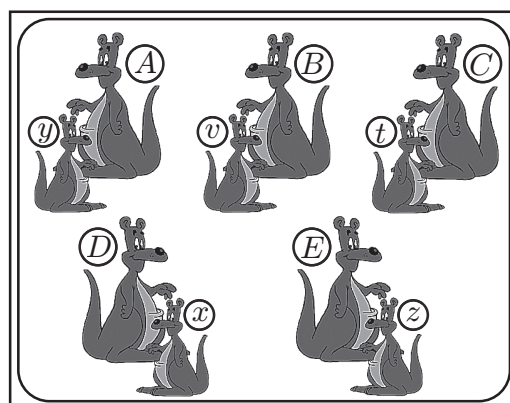
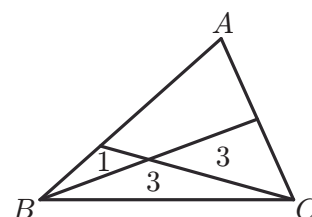


Figura 2

- A) De A B) De B C) De C D) De D E) De E

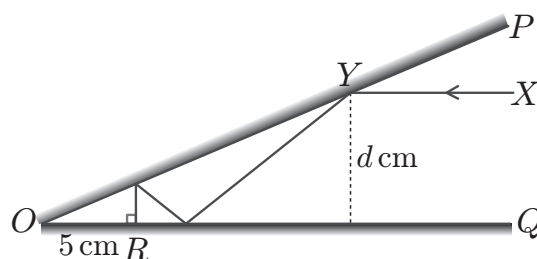
27. El triangle ABC està dividit per dos segments com es veu en la figura. Les àrees dels triangles petits són 1, 3 i 3. Quant val l'àrea del triangle ABC ?

- A) 13 B) 14 C) 12 D) 13,5 E) 12,5



28. OP i OQ són miralls plans que formen un angle agut. Un raig de llum XY paral·lel a QO incideix en el mirall OP en el punt Y , és reflectit i incideix en el mirall OQ i, després de tornar a incidir en el primer mirall, arriba al mirall OQ en el punt R formant un angle recte com es pot veure en la figura. La distància OR és de 5 cm. Si el raig XY està a d cm del mirall OQ , quin és el valor de d ?

- A) 5,5 B) 4 C) 5 D) 4,5 E) 6



29. $M(k)$ és el valor màxim de $|4x^2 - 4x + k|$ per a x en l'interval $[-1, 1]$. Si k pot ser qualsevol nombre real, quin és el valor mínim possible de $M(k)$?

- A) 5 B) 4 C) $\frac{9}{2}$ D) $\frac{11}{2}$ E) 8

30. Un joc acaba quan un dels jugadors té 3 punts més que l'altre. Dos jugadors, A i B , hi estan jugant i, en un cert moment, A té un punt més que B . Suposant que cada jugador té la mateixa probabilitat d'aconseguir cada punt, quina és la probabilitat que A guanyi el joc?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

