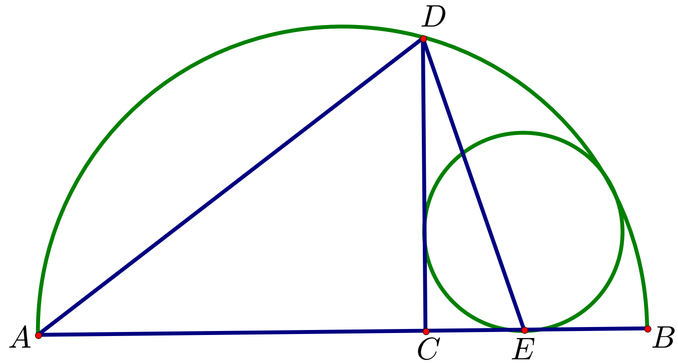
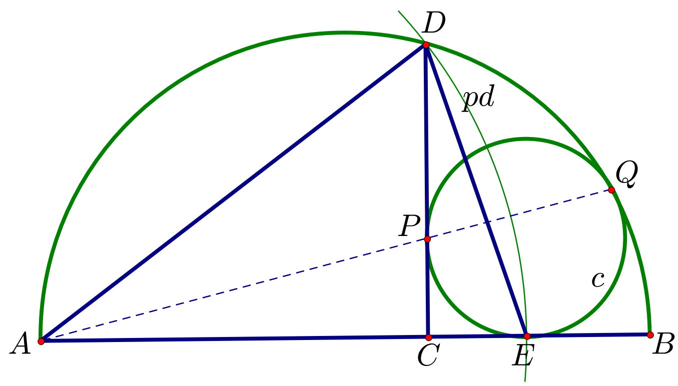
El triangle $\triangle AED$ és isòsceles?



El triangle $\triangle ABD$ és rectangle i, segons el **teorema dels catets**,

$$\overline{AD}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{AC}$$



Això indica que els punts B i C són *homòlegs* respecte de la *inversió* de centre A i potència $k = \overline{AD}^2$ i, com que la semicircumferència de diàmetre AB passa pel centre d'inversió, el seu invers és el segment CD.

Sigui pd la *circumferència de punts dobles* de la inversió: passa pel punt D, que és *doble*, i talla al diàmetre AB en el punt E. Considerem ara la circumferència c, tangent a AB en el punt E i tangent a CD en el punt P. Les circumferències c i pd són ortogonals entre elles i, per tant, com que pd és la circumferència de punts dobles de la inversió, la circumferència c és homòloga d'ella mateixa. Això implica que el punt Q, l'homòleg del punt P, ha de jaure sobre c (observem que $\overline{AE}^2 = \overline{AP} \cdot \overline{AQ}$) i també sobre la semicircumferència, homòloga del segment CD. A més, com la la inversió és una transformació *conforme*, en ser P punt de tangència, també ho ha de ser Q.

Resulta, doncs, que la circumferència c així construïda és la circumferència proposada i, com que AD i AE són radis de la circumferència de punts dobles, són iguals i el triangle $\triangle AED$ és isòsceles

Q. e. d.
La Garriga (Vallès Oriental) 2021/12/05