

2012 →  $2^2 \cdot 503$   
 2013 →  $3 \cdot 11 \cdot 61$   
 2014 →  $2 \cdot 19 \cdot 53$   
 2015 →  $5 \cdot 13 \cdot 31$   
 2016 →  $2^5 \cdot 3^2 \cdot 7$   
 2017 → 2017  
 2018 →  $2 \cdot 1009$   
 2019 →  $3 \cdot 673$   
 2020 →  $2^2 \cdot 5 \cdot 101$   
 2021 →  $43 \cdot 47$   
 2022 →  $2 \cdot 3 \cdot 337$

## Tema 4. Nombres i aritmètica. Divisibilitat, nombres primers

### Alguns problemes ràpids

- La Carla sap que  $1111 \times 1111 = 1234321$ . Quin és el valor de  $2222 \times 2222$ ?  
 A) 9874568    B) 4568654    C) 4321234    D) 2468642    E) 4937284
- Quin dels càlculs següents dóna el resultat més gran?  
 A)  $4444 \times 77777$     B)  $5555 \times 66666$     C)  $7777 \times 44444$     D)  $8888 \times 33333$     E)  $9999 \times 22222$
- El producte de dos nombres és 36 i la seva suma és 37. Quina n'és la diferència?  
 A) 1    B) 4    C) 10    D) 26    E) 35
- El Cangur té set targetes amb dos nombres en cada una, un a sobre de l'altre. Les ha posades ordenadament, de manera que es poden veure dues pautes. Quina resposta correspon a la targeta que falta?  

1	8	9	64	25	?	49
1	4	27	16	125	?	343

 A) 

216
36

    B) 

36
136

    C) 

36
216

    D) 

180
30

    E) 

232
36
- Quan dividim  $x$  per 6 el residu és 3. Quin és el residu quan dividim  $x^2 + 7x$  per 6?
- Quin és el nombre natural més petit amb 12 divisors?  
 6 bis. Quants divisors té el nombre de dues xifres que té més divisors?
- La Maria té 2015 petits cubs i els vol fer servir per a muntar un paral·lelepípede rectangular (o es pot dir ortoedre o cuboide). En muntar i el desmunta, i així...quants en pot muntar de diferents? (i si fos el 2016, o el 2017, o el 2018?)

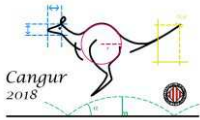
### Idees que hem repassat o que hem de reforçar

- Divisió entera** o euclidiana de  $D$  per  $d$  (o de  $D$  entre  $d$ )...  $D = d \cdot q + r$ 
  - Residu** d'una suma/resta/multiplicació: (residu de la) suma/resta/multiplicació de residus
- Descomposició en nombres primers.** Per al Cangur convé tenir-ho present per a l'any actual, perquè sovint es fa servir en alguns problemes. No recordem cap altre cas en què fes falta una descomposició "laboriosa" d'un nombre gran, però d'algun de petit sí, és clar
- Convé tenir clar el concepte de **quadrat perfecte**, cub perfecte, i concretar a les potències el nombre de divisors.
- Convé tenir molt present l'aplicació pràctica del **mcd** (màxim comú divisor) i del **mcm** (mínim comú múltiple).
- Convé saber com es calcula el **nombre de divisors** i com s'escriuen tots
  - Si  $N = a^\alpha \cdot b^\beta \cdot \dots \cdot s^\sigma$  el nombre de divisors és  $n = (\alpha + 1) \cdot (\beta + 1) \cdot \dots \cdot (\sigma + 1)$
- Sovint interessa recordar "treure factor comú" i "suma per diferència" en problemes d'aritmètica (relacionats amb la divisibilitat)

### Altres problemes

- En Magí escull a l'atzar dos nombres enters positius diferents més petits que 10. Multiplica els dos nombres i li diu el resultat a la seva àvia. Per a quin dels resultats següents l'àvia no pot saber amb seguretat quins dos nombres ha multiplicat en Magí?  
 A) 16    B) 20    C) 24    D) 28    E) 30

(continua en una altra pàgina)



**Sessions de treball matemàtic. Cangur 2018. SCM.**  
**Mataró. Biblioteca Antoni Comas.**

9. Si  $A = 20172018^2$ ,  $B=20172017$  i  $C=20172019$  quin és el valor de  $A-B \times C$  ?
- 10 . Un nombre enter i positiu té tres xifres. En multiplicar les tres xifres obtenim 135. Quin és el resultat que s'obté en sumar les tres xifres?  
A) 14                      B) 15                      C) 16                      D) 17                      E) 18
11. Hi havia 3 nombres d'una xifra escrits a la pissarra. La Neus els va sumar i va obtenir 15. Llavors va esborrar un dels nombres i va escriure el nombre 3 en el seu lloc. Després, en Sergi va multiplicar els tres nombres de la pissarra i va obtenir 36. Quin pot ser el nombre que la Neus va esborrar?  
A) El 6 o el 7            B) El 7 o el 8            C) Només el 6            D) Només el 7            E) Només el 8
12. Si la longitud de cada costat d'un rectangle és un nombre múltiple de 3, quin nombre dels següents en pot ser el perímetre?  
A) 26                      B) 27                      C) 33                      D) 36                      E) 38
13. L'àrea d'un rectangle és  $12 \text{ cm}^2$ . Les longituds dels costats són nombres enters. Quin dels valors següents no pot ser el perímetre d'aquest rectangle?  
A) 14 cm    B) 16 cm    C) 26 cm    D) 24 cm    E) Tots els valors anteriors són possibles.
- 13 bis. (variant) Quin és el màxim valor del perímetre?
14. D'un paral·lelepípede rectangular només sabem que està compost per 100 cubets unitaris. Si en pintem les cares exteriors, quin és el màxim nombre de cubets que poden quedar sense cap cara pintada?
- 15 . En Simó vol tallar un tros de cordill en 12 parts, totes de la mateixa longitud, i hi marca els punts per on ha de tallar. La Bàrbara vol tallar el mateix tros de cordill en 8 parts, totes de la mateixa longitud, i també hi marca els punts per on ha de tallar. La Carla troba el cordill i el talla per tots els punts que veu marcats. Quants trossos de cordill obté la Carla?  
A) 18                      B) 12                      C) 8                      D) 20                      E) 16
- 15 bis. També va sortir una versió amb 60 i 36 talls, respectivament
- 16 . La Roser posa les seves pedretes sobre el pupitre. Després en fa grups de 3 i n'hi sobren 2. Més tard en fa grups de 5 i n'hi tornen a sobrar 2. Quantes pedres, com a mínim, necessita afegir la Roser, a les que ja té, per tal que pugui fer grups de 3 i grups de 5 sense que n'hi sobri cap?  
A) 3                      B) 1                      C) 4                      D) 10                      E) 13
- Comentari:** Problema en el context d'aquests dos: Nombre més petit que dividit per 3 dóna residu 1, dividit per 5 també residu 1 i dividit per 7 també residu 1. O bé: Nombre més petit que dividit per 3 dóna residu 2, dividit per 5 dóna residu 4 i dividit per 7 dóna residu 6.
- 17 . Hem multiplicat 100 o bé per 3 o bé per 2; al resultat obtingut, li hem sumat 2 o 1; i aquest nou resultat l'hem dividit per 4 o per 3. El resultat final és un nombre enter. Quin és aquest resultat final?  
A) 50                      B) 51                      C) 67                      D) 68                      E) No hi ha un únic resultat final possible.
- 18 Quatre cosines, la Sara, la Rita, la Joana i la Neus, tenen 3, 8, 12 i 14 anys, no necessàriament en aquest ordre. La suma de les edats de la Neus i la Sara és divisible per 5. La suma de les edats de la Neus i la Joana també és divisible per 5. Quants anys té la Rita?  
A) 5                      B) 14                      C) 8                      D) 12                      E) 3

**Dos problemes "difícils" per acabar**

- 19 . La Maria divideix 2015 successivament per 1, 2, 3, ..., fins al 1000, i escriu el residu de cada divisió. Quin d'aquests residus és el més gran?  
A) 215                      B) 671                      C) 15                      D) 1007                      E) Algun altre valor

- 20 .- Les lletres de la paraula *CANGUR* tenen assignat un valor numèric cada una. Sabem que

$$\frac{19}{C+1} + \frac{38}{A+2} + \frac{57}{N+3} + \frac{76}{G+4} + \frac{95}{U+5} + \frac{114}{R+6} = 2014$$

Digueu quin és el valor de la suma  $\frac{C}{C+1} + \frac{A}{A+2} + \frac{N}{N+3} + \frac{G}{G+4} + \frac{U}{U+5} + \frac{R}{R+6}$

- A) 106                      B) 1908                      C) 100                      D) -100                      E) -2013

**Una pista:**  
2014 és múltiple de 19  
(i tots els altres números que surten als numeradors?)