

Problema 1. TRIANGLES EN UN QUADRAT

No has de posar nom i cognoms perquè l'avaluació es faci guardant l'anonimat

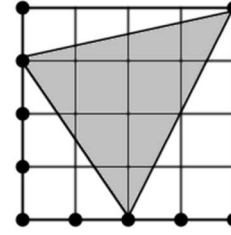
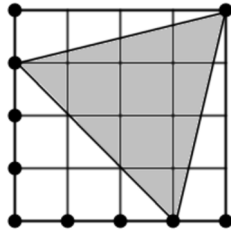
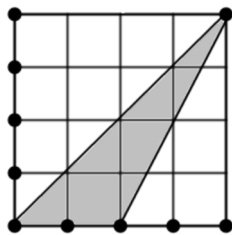
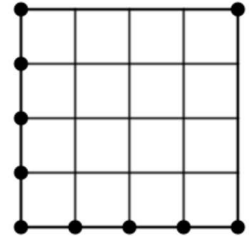
Codi assignat per a la identificació _____


(comprova que sigui lletra, xifra, lletra, xifra, lletra, xifra)

Us demanarem que treballeu en un quadrat com el de la figura de la dreta, dibuixat en una quadrícula i que mesura 4×4 .

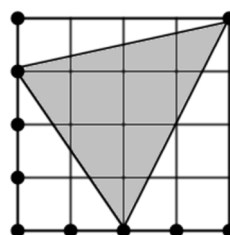
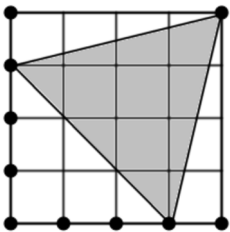
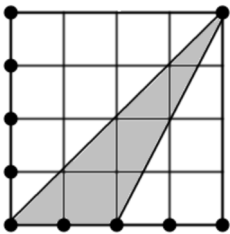
En aquest quadrat haureu de dibuixar triangles que tenen un vèrtex en el punt marcat a dalt a la dreta del tot, un altre vèrtex en el costat esquerre del quadrat i el tercer vèrtex en un punt del costat inferior.

Tot seguit en tens tres exemples.



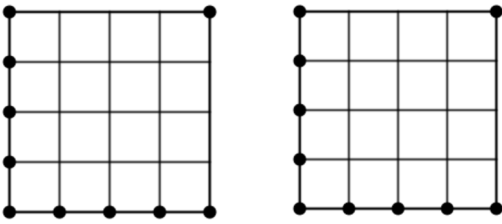
Prendrem com a unitat de mesura d'àrea , que en direm "quadratet",

- a) Raona quina és l'àrea, mesurada en quadradets, de cadascun dels tres triangles que s'han donat com a exemple.

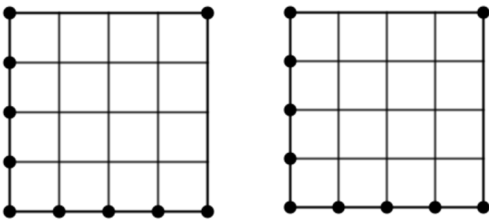


Atenció: l'enunciat segueix al darrere

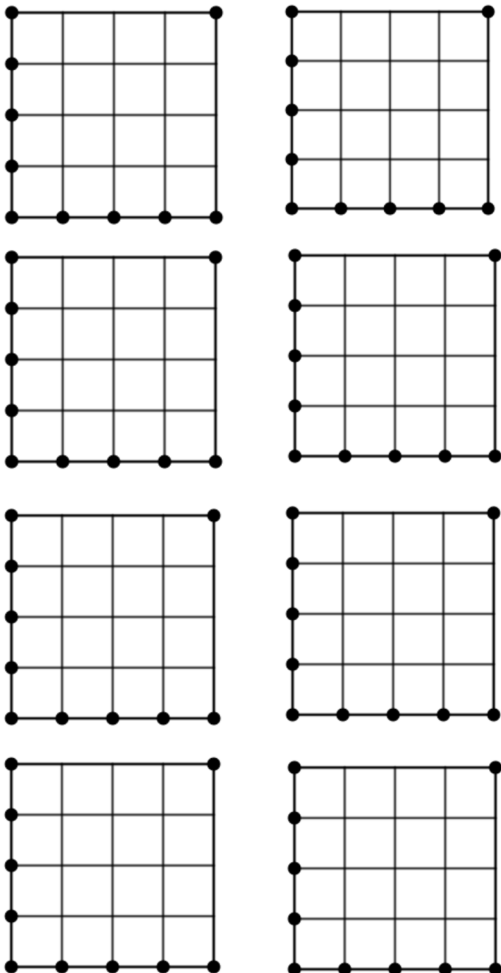
- b) Imagina tots els triangles que es poden dibuixar de la manera que hem indicat: un vèrtex en el punt marcat a dalt a la dreta del tot, un altre vèrtex en el costat esquerre del quadrat i el tercer vèrtex en un punt del costat inferior. Quina és l'àrea més petita que pot tenir algun d'aquests triangles? Dibuixa'n algun exemple i explica com ho has deduït.



- c) La mateixa qüestió però per a deduir quina és l'àrea més gran possible per a algun dels triangles amb què treballem en aquest problema.



- d) Entre l'àrea més petita i l'àrea més gran que has indicat, estudia i raona quins nombres poden ser l'àrea, mesurada, en quadradets d'un triangle d'aquest tipus. Tens algunes figures per ajudar-te en l'explicació.



Problema 2. DIVIDIM PER 5

No has de posar nom i cognoms perquè l'avaluació es faci guardant l'anonimat

Codi assignat per a la identificació _____

(comprova que sigui lletra, xifra, lletra, xifra, lletra, xifra)

En Rai escriu en una pissarra quatre nombres escollits entre el 0, l'1, el 2, el 3 o el 4. Si ho desitja, pot repetir nombres. Aquí tens dos exemples possibles: 0,1,0,1 o bé 1,3,2,4.

La Paula, amb els nombres escrits per en Rai, pot anar realitzant successives vegades la transformació següent:

- Pot canviar un dels nombres, el que vulgui, pel residu de dividir per 5 el producte d'uns altres dos números de la pissarra, a elecció seva.
 - Per exemple: de 1,2,3,4 pot passar a 1,2,3,1 perquè canvia el 4 pel residu de dividir 2×3 per 5, que és 1. Aquesta transformació l'escrivim: $1, 2, 3, 4 \rightarrow 1, 2, 3, 1$
 - Després pot fer $1, 2, 3, 1 \rightarrow 3, 2, 3, 1$ tot canviant el primer 1 pel residu de dividir 3×1 per 5, que és 3.
- La Paula té com a objectiu, sempre, mirar d'aconseguir tan ràpid com sigui possible que els quatre nombres de la pissarra esdevinguin iguals.

a) En Rai ha escrit a la pissarra 0, 0, 2, 4 i la Paula vol aconseguir, tan ràpid com sigui possible tenir 0, 0, 0, 0. Amb quantes transformacions successives ho pot aconseguir si ho fa de la manera més favorable per a ella? Explica la teva resposta.

b) Ara només sabem que en Rai ha escrit a la pissarra un 0. Com abans la Paula vol aconseguir, tan ràpid com sigui possible tenir 0, 0, 0, 0. En quantes transformacions successives pots assegurar que ho pot aconseguir si ho fa de la manera més favorable per a ella? Explica la teva resposta.

- c) Ara suposa que com a mínim dos dels quatre nombres que en Rai ha escrit a la pissarra són 1. Tal com és sempre el seu objectiu, la Paula vol aconseguir que els quatre nombres de la pissarra siguin tots iguals amb transformacions successives. En quantes transformacions pots assegurar que ho pot aconseguir si ho fa de la manera més favorable per a ella? Explica la teva resposta.
- d) Raona que si en Rai escriu almenys un 2, la Paula pot aconseguir sempre el seu objectiu, siguin els que siguin els altres nombres.
- e) Estudia si en Rai pot escollir 4 nombres de manera que la Paula no pugui aconseguir el seu objectiu. Raona la teva resposta

Problema 3. AVANCEM EN ZIG-ZAG

No has de posar nom i cognoms perquè l'avaluació es faci guardant l'anonimat

Codi assignat per a la identificació _____

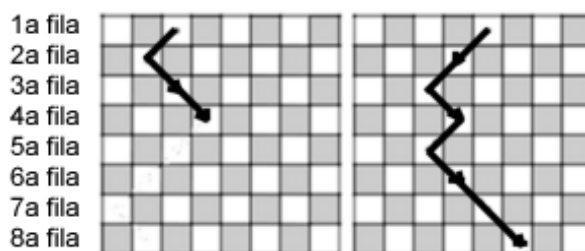
(comprova que sigui lletra, xifra, lletra, xifra, lletra, xifra)

Un tauler d'escacs està format per 64 caselles, de les quals 32 són blanques i 32 són negres, Anomenem *camí en zig-zag* a un camí que comença en una casella blanca de la 1a fila, continua per una casella blanca de la 2a fila que tingui un vèrtex en comú amb l'anterior, i així successivament d'una casella blanca d'una fila a una casella blanca d'una fila inferior.

La figura mostra dos exemples de camí en zig-zag.

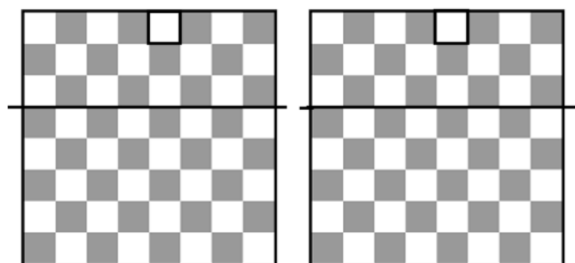
En el primer partim de la segona casella blanca de la primera fila i arribem a la segona casella blanca de la quarta fila.

En el segon partim de la tercera casella blanca de la primera fila i arribem a la tercera casella blanca de l'última fila.

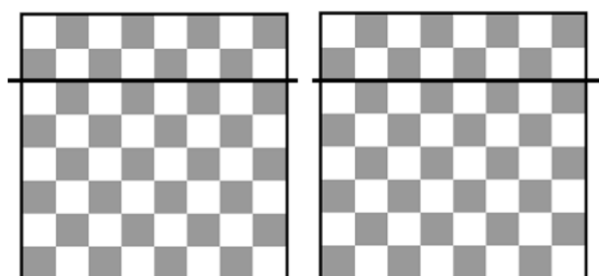


L'ordre de les caselles l'establim d'esquerra a dreta i les files de dalt a baix.

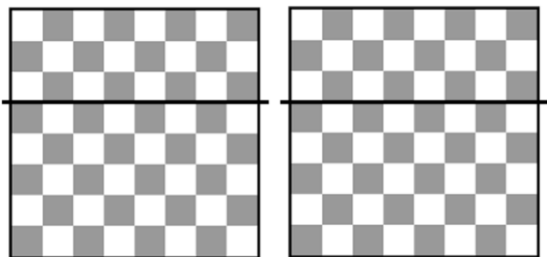
- a) Quants camins diferents hi ha que vagin de la tercera casella blanca de la primera fila fins a alguna casella blanca de la tercera fila? Explica com ho has raonat i, si ho creus necessari, pots ajudar-te amb algun dibuix.



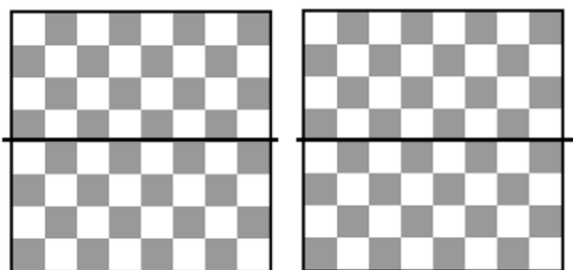
- b) Ara ens fixem només en les dues primeres files del tauler. Quin és el nombre total de començaments diferents de camins en zig-zag que podem dibuixar-hi? Seran es primers trams de possibles camins en zig-zag, que parteixen d'alguna casella blanca de la primera fila i acaben en alguna casella blanca de la segona fila. Explica la teva resposta.



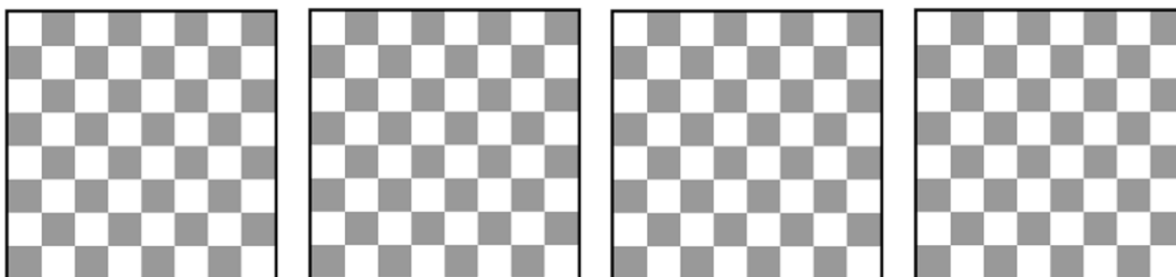
- c) Ara et demanem que detallis més. Quants camins en zig-zag diferents arriben a cadascuna de les caselles blanques de la tercera fila? Explica la teva resposta.



La mateixa qüestió referida a les caselles blanques de la quarta fila.



- d) Quants camins en zig-zag diferents hi ha si considerem tot el tauler, és a dir que comencin en una casella blanca de la primera fila i acabin en una casella blanca de la vuitena fila? Explica com has arribat al resultat.



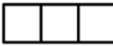
Problema 4. ACOLORIM FIGURES

No has de posar nom i cognoms perquè l'avaluació es faci guardant l'anonimat

Codi assignat per a la identificació _____

(comprova que sigui lletra, xifra, lletra, xifra, lletra, xifra)

Explicació prèvia

:
Considerem la figura següent, formada per tres quadrats  i imaginem que volem comptar de quantes maneres diferents es pot acolorir si, per a cada un dels quadrats que la formen, podem escollir si el pintem de color negre o el deixem en blanc.

Si mireu de fer realment els acoloriments segurament en trobareu 8. Encara que potser les podeu haver trobat en un altre ordre, són aquestes:



Podeu deduir el fet que hi ha 8 possibilitats per raonament. Com que hi ha tres quadrats i per cada un d'ells tenim dues opcions (blanc/negre), es pot raonar que hi ha $2 \times 2 \times 2 = 8$ maneres de fer-ho:

Però si suposem que aquestes figures es poden moure (per exemple, si fossin trossos de paper retallats amb aquesta forma) observem que les possibilitats 2ª i 4ª són iguals, ja que girant-ne una d'elles 180º obtenim l'altra. Passa el mateix amb les figures 5ª i 7ª.

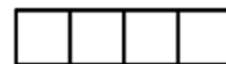


D'aquesta manera podem comptar quantes possibilitats realment diferents hi ha, entenent que si podem passar d'una de les possibilitats a una altra mitjançant un gir, aquestes dues possibilitats són la mateixa.. Si ho pensem així només hi ha sis maneres diferents d'acolorir la figura inicial.

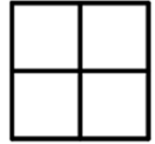
En les preguntes que hi ha a continuació, suposarem que quan una figura està formada adossant altres polígons més senzills, tenim dues opcions per a cada una de les parts que la formen: acolorir-la amb negre o deixar-la en blanc. A més, considerarem que aquestes figures es poden moure i, per tant, si podem passar d'una forma d'acolorir-la a una altra mitjançant un gir, les dues formes en realitat són la mateixa.

Problema a resoldre

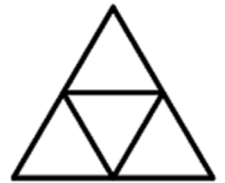
a) De quantes maneres diferents es pot acolorir aquesta figura formada per quatre quadrats? Explica la teva resposta.



- b) Ara tenim una altra figura, un quadrat format per quatre quadrats petits.. Raona de quantes maneres diferents la podem acolorir. Recorda que en totes aquestes qüestions busquem maneres diferents d'acolorir la figura, en el sentit que no hi ha d'haver cap gir que ens permeti passar d'un acoloriment a un altre.



- c) Una nova figura. Un triangle format per quatre triangles més petits. Quants acoloriments diferents hi ha? Explica la teva resposta.



- d) Observa les figures següents. Com pots observar, s'han obtingut dividint en dos triangles, de diverses maneres, cadascun dels quadrats que formaven la figura de l'apartat a).



Quina de les figures *A*, *B* o *C* té més acoloriments diferents? Quina en tindrà menys? Explica la teva resposta.

Només et demanem que raonis quina figura et sembla que tindrà més acoloriments diferents i quina en tindrà menys, sempre amb la idea que si hi ha un gir que passa d'un acoloriment a un altre es consideren el mateix acoloriment. No et demanem pas que intentis trobar totes les possibilitats per a cada una de les figures, que n'hi poden haver moltes!

Full auxiliar per al problema _____

No has de posar nom i cognoms perquè l'avaluació es faci guardant l'anonimat. Aquests fulls auxiliars també els has d'entregar

Codi assignat per a la identificació _____
(comprova que sigui lletra, xifra, lletra, xifra, lletra, xifra)