

Nom i cognoms

PROBLEMA 1. LA MÁQUINA QUE DÓNA CANVI

Una màquina que proporciona canvi està programada per canviar només bitllets de 10 €, 20 €, 50 € i 100 € i funciona de la manera següent:

- Un bitllet de 10 € el canvia per 2 de 5 €
 - Un bitllet de 20 € el canvia per 1 de 10 € i 2 de 5 €
 - Un bitllet de 50 € el canvia per 1 de 20 €, 2 de 10 € i 2 de 5 €
 - Un bitllet de 100 € el canvia per 1 de 50 €, 1 de 20 €, 2 de 10 € i 2 de 5 €
- a) Per començar es volen posar a la màquina tants bitllets com siguin necessaris (sense posar-n'hi ni un de més) per tal d'assegurar que pugui fer 100 operacions, independentment del bitllet que es demani canviar. Quants bitllets de 5 €, quants de 10 €, quants de 20 € i quants de 50 € cal posar-hi?
- b) Després d'emplenar la màquina amb els bitllets indicats a l'apartat a) s'han canviat 20 bitllets de 100 €, 4 de 50 € i 10 de 20 €. Quants bitllets de cada classe hi ha ara a la màquina?
- c) Buidem la màquina i la tornem a emplenar amb els bitllets indicats a l'apartat a) i aleshores es fan 100 operacions de canvi i, encabat, a la màquina hi ha 30 bitllets de 100 €, 90 de 50 €, 60 de 20 € i 130 de 10 €. Quants bitllets de cada classe s'han introduït a la màquina en aquestes 100 operacions de canvi?
- d) Tornem a buidar la màquina i ara l'emplenem per assegurar que es puguin canviar 200 bitllets, siguin del tipus que siguin dels que permet la màquina. Després es fan efectivament 200 operacions de canvi i després de fer-les trobem que, a la màquina, a més dels bitllets de 100€, n'hi ha 200 de 50 €, 150 de 20 € i 200 de 10 €. Quants bitllets de cada classe s'han canviat?
-

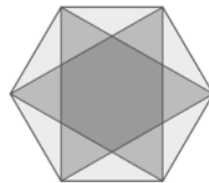
Respostes

(Comença aquí mateix i continua al darrere d'aquest full. Convé que raonis les teves respostes)

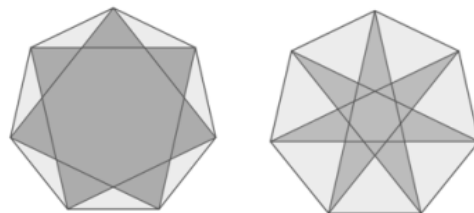
Nom i cognoms

PROBLEMA 2. ESTRELLES I POLÍGONS

A partir dels vèrtexs d'un hexàgon regular es pot dibuixar una estrella regular de 6 puntes. Observa que aquesta estrella està formada per dos triangles iguals, un d'ells girat respecte de l'altre, i que, enmig, hi queda un altre hexàgon regular més petit.



En un heptàgon regular s'hi poden construir dues estrelles regulars diferents, de 7 puntes. Cadascuna d'elles deixa enmig un altre heptàgon regular més petit. Les dues estrelles es poden dibuixar a partir d'un vèrtex i completar-les d'un sol traç, sense aixecar el llapis del paper.



Ara et demanem:

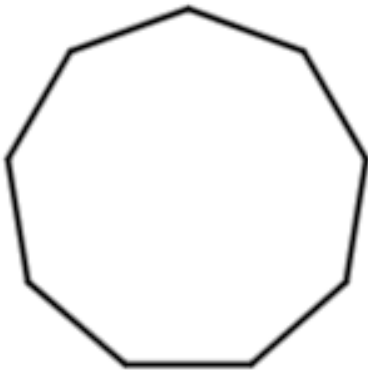
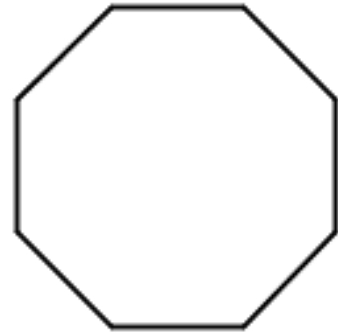
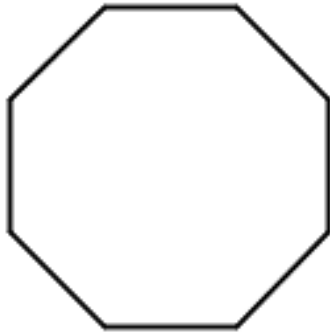
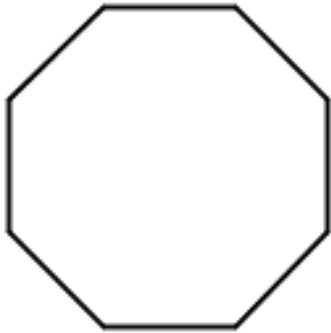
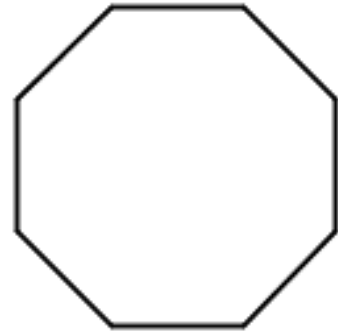
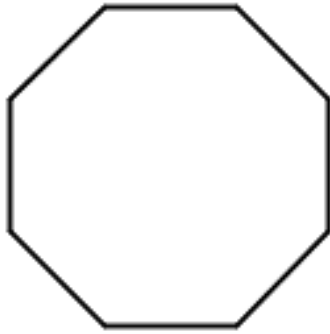
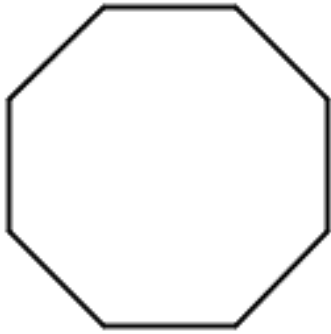
- Quantes estrelles regulars diferents (de 8 puntes) es poden formar a partir dels vèrtexs d'un octògon regular (polígon de 8 costats), de manera que deixin en el centre un altre octògon regular? Aquestes estrelles, són d'un sol traç, o bé estan formades per més d'un polígon?
- En un polígon regular de 9 costats, quantes estrelles regulars diferents (de 9 puntes) es poden formar de manera que deixin en el centre un altre polígon regular de 9 costats? ¿Com són?
- I en un polígon regular de 11 costats?
- I en un polígon regular de 35 costats?

Respostes

(Comença aquí mateix i continua al darrere. Per si et pot ajudar, tens un full auxiliar amb polígons regulars de 8 costats i de 9 costats dibuixats –que també hauràs d'entregar-- però com en tots els problemes, convé que expliquis bé les teves respostes.)

Nom i cognoms _____.

Full auxiliar per al problema 2



Nom i cognoms _____

PROBLEMA 4. JUGUEM AMB TRIANGLES I AMB QUADRATS

a) Volem construir fitxes triangulars com la de la figura. Es tracta de triangles equilàters dividits en tres parts iguals. Cadascuna d'aquestes parts pot estar pintada de color negre o de color blanc. La figura mostra una fitxa amb una part negra i dues de blanques. Quantes fitxes diferents podem construir?



b) Podem posar totes aquestes fitxes (una de cada) en una fila, començant per la fitxa que és tota negra de manera que les parts en contacte de dos triangles siguin del mateix color? (vegeu la figura)
En cas afirmatiu, de quantes maneres ho podem fer?



c) Podem situar les fitxes formant un triangle, amb la condició de coincidència de colors comentada a l'apartat anterior? En cas afirmatiu comenta totes les possibilitats, començant l'explicació amb la posició de la peça que és tota negra.

d) Ara imaginarem que podem pintar cada part de les fitxes triangulars d'un de tres colors: negre, gris o blanc. A la figura de la dreta tens dos exemples d'aquestes fitxes. Raona quantes fitxes diferents podem construir.



e) Per acabar, en comptes de triangles ara volem jugar amb fitxes quadrades, dividides en quatre parts com mostra la figura. Si podem pintar cadascuna de les parts blanca o negra, quantes fitxes diferents podem construir?



Respostes

(Comença aquí mateix i continua al darrere d'aquest full. Convé que raonis les teves respostes)