

Propuesta Esprint-Estalmat 2018

Grupos de veteranos

1. ¿Cuántos números de tres cifras tienen la propiedad que la cifra central es estrictamente mayor que la suma de las otras dos? (por ejemplo el 384 o el 163; se considera que los números enteros de tres cifras son los del intervalo $[100, 999]$).

(La respuesta dividida por 10 pasa al problema 8 como número L)

2. **Problema propuesto por Joaquín Hernández para Estalmat-Esprint-2016. Sirva como afectuoso recuerdo.**

Cuando Antonio tenía la edad actual de Beatriz, Carlos tenía el doble de años que Beatriz. Cuando Carlos tenía la edad actual de Antonio, Beatriz tenía 30 años. Cuando Beatriz tenga la edad actual de Carlos, Antonio tendrá 88 años. ¿Cuál será la suma de las edades de los tres cuando Beatriz tenga la edad actual de Antonio?

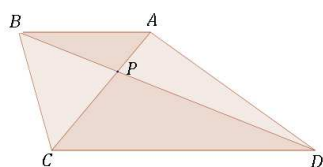
(La respuesta pasa al problema 9 como número S)

3. Quantes parelles, formades cada una d'elles per dos nombres enters positius diferents, tenen la propietat que el seu producte és $(11^{11})^{2018}$?

(Nota: (m,n) i (n,m) se consideran la misma pareja)

4. (viene un número C del problema 6) Ana, Bernabé y Carmen se han reunido para jugar a ping-pong. Juegan sucesivas partidas de forma que quien pierde pasa a descansar y quien estaba descansando pasa a jugar. A lo largo de la sesión Ana ha jugado 17 partidas, Bernabé 10 y Carmen, C partidas (siendo C el número que viene del problema 6). ¿Quién perdió la segunda partida?

5. (viene un número R del problema 7) $ABCD$ es un trapecio en el que AB es paralelo a CD . Sea P el punto de intersección de las diagonales del trapecio. Si el área del triángulo APB es R (el número que viene del problema 7) y la de PCD es 64, ¿cuál es el área del trapecio?



=====

6. Hay veinte números $abcdef$ de seis cifras distintas y todas ellas distintas de 0, tales que ab es múltiplo de 2, abc múltiplo de 3, $abcd$ múltiplo de 4, $abcde$ múltiplo de 5 y $abcdef$ múltiplo de 6. ¿Cuál es la suma del mayor y el menor de estos números?

La suma de las cifras de la respuesta pasa al problema 4 como número C .

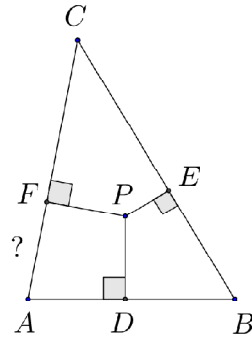
7. Una funció f , que té com a domini el conjunt dels nombres reals positius té la propietat següent:

$$2f(x) + f\left(\frac{512}{x}\right) = 3x$$

Calcula el valor de x per al qual $f(x) = 0$.

La respuesta pasa como número R al problema 5.

8. (viene un número L del problema 1, la respuesta dividida por 10) Desde el punto P , interior al triángulo ABC se trazan las perpendiculares a los lados AB , BC y CA siendo D , E y F , respectivamente, los puntos de corte. Conocemos la longitud de los segmentos $AD = L$ cm, $DB = 6$ cm, $BE = L$ cm, $EC = 14$ cm (dato cambiado) y $CF = 13$ cm. ¿Cuánto mide, en



cm, el segmento FA ?

(Nota: el gráfico es simplemente orientativo; no sigue los datos del enunciado)

9. (viene un número S del problema 2) Sean x, y, z números enteros positivos tales que $19x + 20y + 21z = S$. ¿Cuál es el valor de $9x + 10y + 11z$?

La suma de las cifras de la respuesta pasa como número w al problema 10

=====

10. (Viene un número w del problema 9) Halla el lado más pequeño de un triángulo del cual conoces su área $2(w + \sqrt{w})$ cm² y dos de sus ángulos, 45° y 60°.
11. Calcula el menor número entero positivo tal que si se le suma 2018 resulta un cuadrado perfecto y si se le resta 2019, también
12. Problema propuesto por Joaquín Hernández para Estalmat-Esprint-2016. Sirva como afectuoso recuerdo

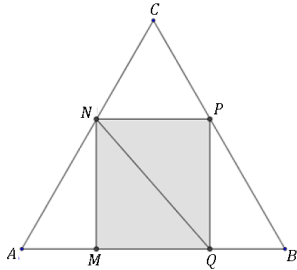
Calcula el área encerrada por la gráfica de $y^3 - xy^2 - 3y^2 = 4x^2y - 4x^3 - 12x^2$.

Nota: Si transformáis adecuadamente la ecuación podréis deducir que la gráfica que se pide está compuesta

por las gráficas de tres funciones que sabéis dibujar.

=====

- **propina 1.** Se consideran dos números reales x e y , escogidos de manera aleatoria uniforme en los rangos $0 < x < 3$ $0 < y < 4$. Halla la probabilidad que $2x + y > 4$.
- **propina 2.** En un triángulo equilátero de lado 3 cm se inscribe el rectángulo de mayor área que tenga por diagonal una longitud igual a 2 cm. El área de este rectángulo se puede expresar como $\frac{m}{n}\sqrt{3}$ cm², siendo $\frac{m}{n}$ una fracción irreducible. Se pide el valor de esta fracción.



- **propina 3.** Si a, b, c son tres números enteros positivos tales que $a \cdot b \cdot c + b \cdot c + c = 2018$, cuál es el menor valor que puede tener la suma $a + b + c$?