

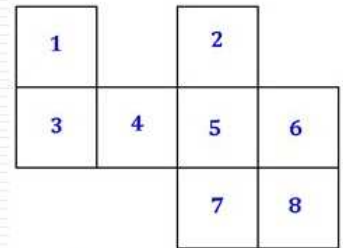
Activitat per a equips de batxillerat

7 de febrer de 2018



A partir d'un esquema com el de la dreta volem escollir sis dels vuit quadrats i esborrar els altres dos de manera que la figura que resulti sigui el desplegament d'un cub.

Quants desplegaments diferents podem obtenir?



Heu de passar la resposta al problema 7. Allà s'en diu número U.



Considerem la funció $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 1} + \frac{1}{x - \sqrt{x^2 + 1}}$

Quin és el valor exacte, simplificat al màxim, de $f(2018^{2018})$?



Per resoldre aquest problema cal conèixer el valor d'un radi,

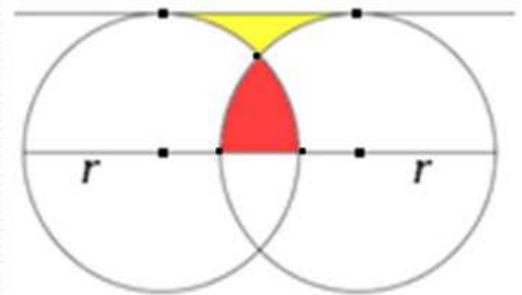
(r) que us han de passar del problema 5

però ben segur que podeu començar a pensar el problema sense aquest valor numèric

La figura mostra dues circumferències iguals, i secants, de radi r cm.

L'àrea de la zona limitada per la línia dels centres i les dues circumferències (només a una banda de la línia dels centres, zona de color roig) i l'àrea compresa entre les dues circumferències i la recta tangent comuna (zona de color groc) són iguals.

Quina és la distància entre els centres de les dues circumferències?



Nota: la resposta es demanarà arrodonida al primer decimal



Escollim quatre xifres diferents.

Fent servir només aquestes xifres és possible formar vint-i-quatre nombres de quatre xifres diferents. Quin és el factor primer més gran de la suma d'aquests vint-i-quatre nombres?

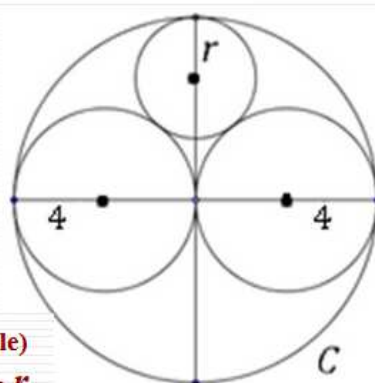
Atenció!: si creieu que el nombre demanat depèn de les xifres tirades heu de contestar 999.

El nombre de dues xifres format per les dues primeres xifres de l'esquerra de la resposta que doneu (xifra de les centenes i xifra de les desenes) passa al problema 9 com a nombre S .



A la figura tenim dos cercles iguals, i tangents, de radi 4 cm; un cercle C tangent exteriorment als dos anteriors, i, finalment, un altre cercle, de radi r , tangent als tres cercles anteriors.

Quina és la longitud del radi r ?



La solució (que és un nombre racional, que caldrà donar com una fracció irreductible) passa al problema 3, on també rep el nom de r



En Pau ha sumat els nombres enters des de l'1 fins al 492.

La Paula ha sumat els nombres enters des del 493 fins al n i diu "Mira, Pau, la meva suma és justament igual que la teva!".

Quin és el valor de n ?



Per resoldre aquest problema cal conèixer un nombre enter U que és la solució del problema 1.

Tirem tres daus (cada dau té les cares numerades de l'1 al 6 i està perfectament equilibrat).

Quina és la probabilitat que amb dos dels números que marquen els tres daus puguem obtenir la suma U ?



Calculeu quants nombres reals k hi ha per als quals és possible escriure

$$k = \frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b}$$

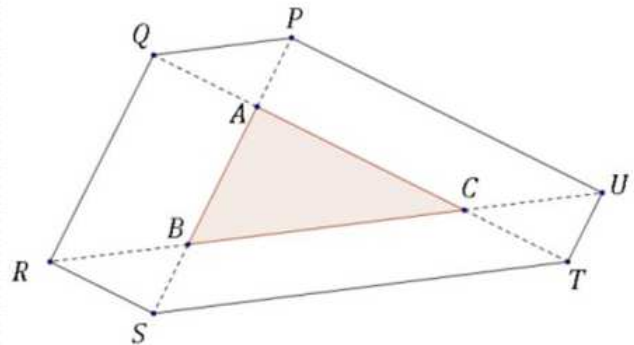
per a alguns nombres reals a, b, c . Quin és el més gran de tots els possibles valors de k ?

**En el formulari de resposta haureu de donar el valor de quants i de quin és el més gran.
Per altra banda el valor més gran de k passa al problema 9 com a nombre k .**



Per trobar la resposta numèrica d'aquest problema cal conèixer el valor de dos nombres que passen respectivament del problema 8 (k , el nombre més gran que compleix l'enunciat i del problema 4, (S) un nombre de dues xifres (format per les xifres de centenes i desenes de la solució)

El triangle ABC de la figura té àrea S (valor que ve del problema 4). Hem allargat els costats del triangle, cap a totes dues bandes, una longitud igual a la de cada costat del triangle multiplicada en cada cas per la mateixa constant k (és a dir $PA = BS = k \cdot AB$; $QA = CT = k \cdot AC$; $RB = CU = k \cdot BC$, per a la constant k que ve del problema 8). Fet així, quina és l'àrea de l'hexàgon $PQRSTU$?



La resposta numèrica passa al problema següent com a nombre H .



**Aquest és el darrer repte del concurs!
Ve un nombre H del problema anterior**

Quants nombres de quatre xifres (escrits com és preceptiu, és a dir sense zeros a l'esquerra) compleixen la propietat que el resultat de sumar la xifra de les unitats, la xifra de les desenes i el nombre format per les dues primeres xifres (la dels milers i la de les centenes) és igual al resultat de sumar el nombre format per les dues últimes xifres (desenes i unitats) més el nombre H que ve del problema anterior.