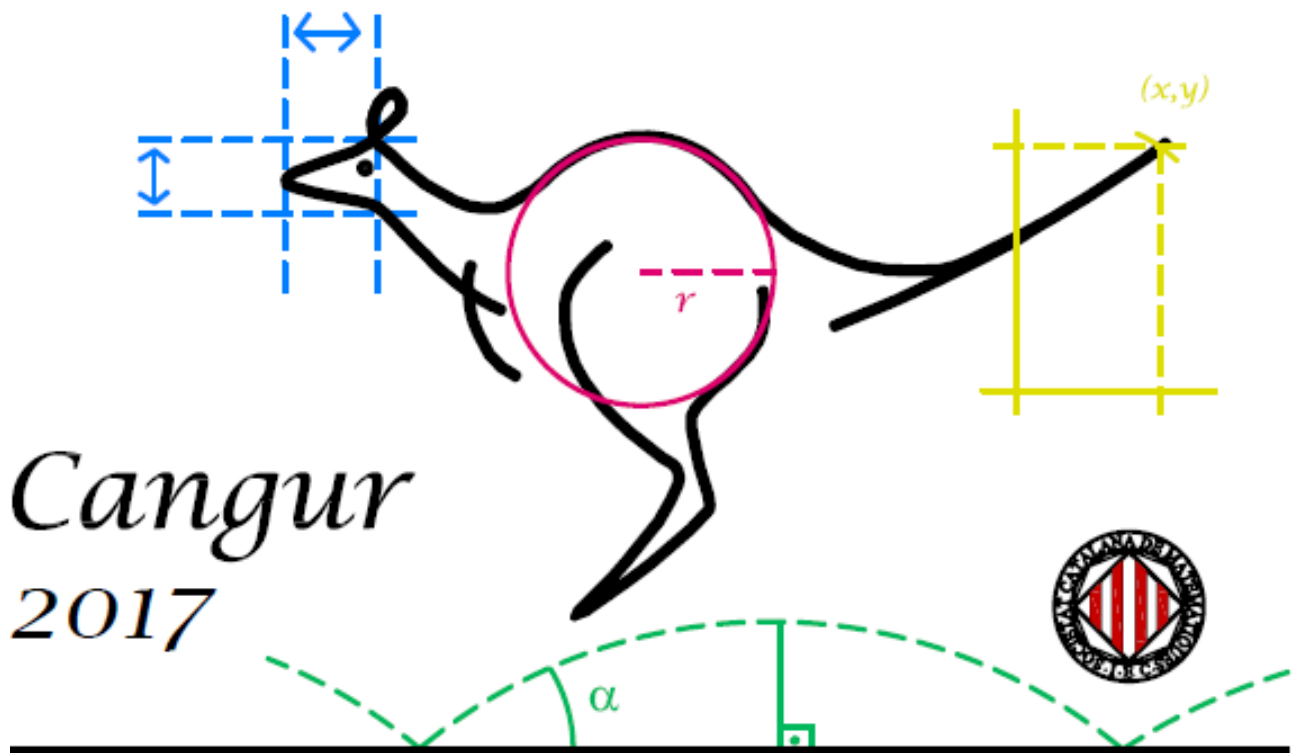
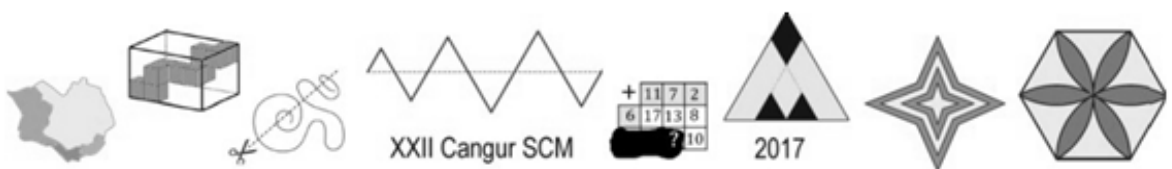




SOCIETAT CATALANA DE
MATEMÀTIQUES
INSTITUT D'ESTUDIS CATALANS

XXII Prova Cangur





Una publicació de la Comissió Cangur de la Societat Catalana de Matemàtiques.
Maig de 2017

Relació dels països que componen l'associació *Le Kangourou sans Frontières*, impulsora des de l'any 1994 del joc-concurs *Kangourou des Mathématiques*, tal com consta a la pàgina web de l'associació <http://www.aksf.org/countries.xhtml>

Kangourou sans Frontières

French

Countries

Statistics

Meetings

History

Board

Documents ▾

Countries

Albania	Argentina	Armenia	Austria	Bangladesh	Belarus
Belgium	Bolivia	Bosnia and Herzegovina	Brazil	Bulgaria	Canada
			Catalonia	Chile	Colombia
Costa Rica	Croatia	Cyprus	Czech Republic	Denmark	Ecuador
Estonia	Ethiopia	Finland	France	Georgia	Germany
Ghana	Greece	Hungary	Indonesia	Iran	Iraq
Ireland	Israel	Italy	Jamaica	Kazakhstan	Kosovo
Kyrgyzstan	Latvia	Lithuania	Macedonia	Malaysia	Mexico
Moldova	Mongolia	Mozambique	Myanmar	Netherlands	Nigeria
Norway	Pakistan	Panama	Paraguay	Peru	Poland
Portugal	Puerto Rico	Romania	Russia	Saudi Arabia	Serbia
Singapore	Slovakia	Slovenia	South Korea	Spain	Sweden
Switzerland	Tajikistan	Tanzania	Tunisia	Turkey	Ukraine
United Kingdom	United States	Uruguay	Venezuela	Vietnam	

Enunciats *Kangourou 2017* en els idiomes de quatre països on es fa el Cangur

Ucràina. (A Catalunya: problema 11 de cinquè i 4 de sisè)

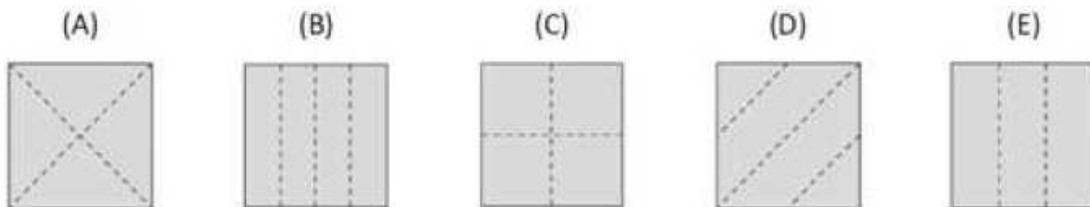
На малюнку праворуч зображене намисто з шістьох намистин.
У якій із запропонованих відповідей зображене те саме намисто?



Noruega. (A Catalunya, problema 8 de sisè)

Ali brettet et papir. Så laget han ett hull i papiret. Deretter brettet han ut papiret slik bildet viser.

Hvilket av bildene viser linjene papiret ble brettet etter?



Espanya. (A Catalunya: problema 25 de primer d'ESO i 19 de segon d'ESO.)

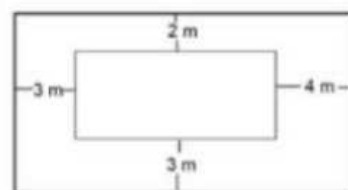
Pedro hizo una ruta en bici, de lunes a viernes, ambos inclusive. Cada día viaja 2 km más que el anterior. En total recorre 70 km. ¿Cuántos km recorrió el jueves?

- A) 12 km B) 13 km C) 14 km D) 15 km E) 16 km

Noruega. (A Catalunya: problema 5 de quart d'ESO.)

Bildet viser to rektangler med parallelle sider.

Hvor stor forskjell er det på omkretsen til de to rektanglene?



- (A) 12 m (B) 16 m (C) 20 m (D) 21 m (E) 24 m

Xipre. (Catalunya: problema 1 de 1r batx. Variant: Prob. 9 de 4t amb τέσσερα (4) en comptes de τρία (3) i després πέντε (5) en comptes de τέσσερα (4).)

Η Μαρία έχει 20 ευρώ. Κάθε ένα από τα τρία αδέλφια της έχει 10 ευρώ. Πόσα ευρώ πρέπει να δώσει σε κάθε ένα από τα αδέλφια της, έτσι ώστε το κάθε ένα από τα τέσσερα αδέλφια να έχει το ίδιο ποσό;

- (A) 2 (B) 4 (Γ) 5 (Δ) 8 (E) 10

Espanya. (A Catalunya: problema 26 de quart d'ESO.)

Cada número de la sucesión que comienza con 2, 3, 6, 8, 8, ... se calcula de la manera siguiente: los dos primeros son 2 y 3; después, cada término es la última cifra del producto de los dos términos anteriores. ¿Cuál es el término que ocupa el lugar 2017 en la sucesión?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

Ucraina. (A Catalunya: problema 19 de primer de batxillerat.)

Діана записує числа в клітинки таблиці розміром 3×3 . Суми чисел у всіх квадратах розміром 2×2 рівні. Яке число вона запише замість «?»?

- A: 5 B: 4 B: 1 Г: 0 Д: неможливо визначити

3		1
2		?

Ucraina. (A Catalunya: problema 28 de segon de batxillerat.)

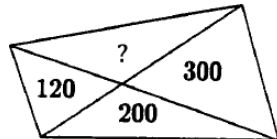
Пара чисел $(x; y)$ – розв'язок системи $\begin{cases} |x| + x + y = 5 \\ x + |y| - y = 10 \end{cases}$. Чому дорівнює значення $x + y$?

- A: 1 B: 2 B: 3 Г: 4 Д: 5

Enunciats sense paraules. Una idea de Kangourou Romania

1. $\frac{b}{a} = 2$ $\frac{c}{b} = 3$ $\frac{a+b}{b+c} = ?$
(A) $\frac{3}{8}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{2}$ (E) 1

2



- (A) 120 (B) 180 (C) 280 (D) 330 (E) 500

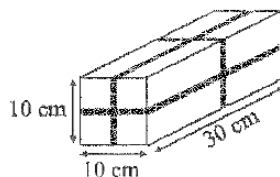
3. $a + b + c = 7$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$ $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = ?$
(A) 767 (B) 777 (C) 878 (D) 989 (E) 776

4.



- (A) 4 m^2 (B) 5 m^2 (C) 6 m^2 (D) 7 m^2 (E) 8 m^2

5.



$l \text{ S} = ? \text{ m}$

- (A) 1 m (B) 3 m (C) 2,40 m (D) 2,5 m (E) 2 m

Una proposta presentada per Kangourou Italia en la reunió 2005 de *Le Kangourou sans Frontières*. (Borovets, Bulgària, octubre de 2005)

Teniu en aquesta pàgina una breu explicació d'un joc de raonament que ens va fer conèixer la representació d'Itàlia en la reunió de l'associació internacional impulsora de la Prova Cangur. Hem volgut mantenir l'idioma original; segur que ho podreu entendre.

Actualment hi ha un mòdul del **mmaca** dedicat al Joc dels Gratacels (<http://www.mmaca.cat/index.php/10-moduls/8-gratacels>.)

ESTRATTO de IL GIOCO DEI GRATTACIELI per Kangourou Italia

Consigli strategici
e griglie da giocare

Una griglia 4x4. Soluzione

	2	2	2	1	
2	30	20	10	40	1
2	20	10	40	30	2
2	10	40	30	20	3
1	40	30	20	10	4
	1	2	3	4	

REGOLE DEL GIOCO

Un quartiere della città di New York è stato rappresentato con una griglia 4x4 o 5x5. Ogni casella di una griglia 4x4 contiene un immobile di 10, 20, 30 o 40 piani, ogni casella di una griglia 5x5 contiene un immobile di 10, 20, 30, 40 o 50 piani.

Gli immobili di una stessa linea, riga (= linea orizzontale) o colonna (= linea verticale), sono tutti di taglia differente.

Ogni informazione fornita sui bordi della griglia ("indizio") indica il numero di immobili visibili sulla linea corrispondente per un osservatore posto nella posizione in cui si trova l'informazione.

Per esempio, se una riga contenesse la disposizione 20-40-30-10, due immobili sono visibili a partire da sinistra (quello di 20 e quello di 40 piani) e tre immobili sono visibili da destra (quello di 10, quello di 30 e quello di 40 piani).

Scopo del gioco è di ritrovare l'altezza di ogni immobile con l'aiuto degli indizi posizionati sul bordo.

Tutti i problemi ammettono una sola e una sola soluzione. Questa prerogativa del gioco sussiste anche per griglie di dimensioni maggiori.

Naturalmente quando i bordi di una griglia sono completi di indizi, non tutti questi indizi sono indispensabili, ma, dal momento che una soluzione esiste, essi sono sempre compatibili fra loro.

Regole de Deduzione

Per al raonament que porta a la recerca de la solució del joc, la proposta inclou unes regles de deducció de les quals en donem tot seguit l'enunciat d'algunes. De fet, només donem el plantejament; us deixem que penseu la conclusió, però aneu amb compte de treure com a conclusions només les que són segures. Un bon exemple per entendre « què vol dir deduir »

- La regla del 4. Se un indizio vale 4 allora ...
- La regola dell'1. Se un indizio vale 1 allora ...
- La regola del 1 – 2. Se gli indizi 1 e 2 sono opposti agli estremi della stessa linea allora ...
- La regola della somma. Se la somma de due indizi x e y opposti sulla medesima linea vale 5, allora...

Per practicar

Com és lògic, acabem amb la proposta d'algunes *griglie* perquè n'intenteu la resolució. Fer-ho us proporcionarà bons exemples.

	3	1	2	2	
2					2
2					2
4					1
1					4
	1	2	3	2	

	1	2	3	2	
1					3
2					1
3					2
2					3
	3	1	2	3	

		4		2	
1					
2					1
3					2
					3
	3		2		

		2		1	
2					
2					3
					4
		2		4	

				1	
					2
					2
		3		3	

Problemes del Cangur2017 proposats per la comissió Cangur de Catalunya en la reunió internacional de l'associació *Le Kangourou sans frontières*

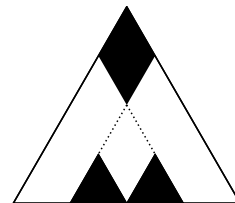
(Lviv, Ucraïna, octubre de 2016)

1. (Cinquè, problema 12) Una taca de tinta ens ha tapat part d'aquesta taula amb sumes. Si les sumes de la taula han de ser correctes, quin nombre ha d'anar en la casella que onté un interrogant?

+	10	7
5	15	12
	14	?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 15

2. (Sisè, prob. 20) Hem dividit en quatre parts iguals un costat d'un triangle equilàter, i després, ajudats amb el traçat de línies paral·leles, hem acabat dissenyant el logotip que mostra la figura, que es pot descompondre en triangles tots iguals. Quina part del triangle està ocupada pel color blanc de la M?



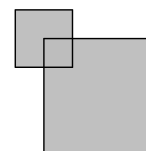
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{5}{7}$

Es va proposar una variant d'aquest problema per a nivells més alts, sense el suggeriment que el triangle es podia descompondre en triangles tots iguals. Així es va plantejar com a problema 15 de 3r d'ESO i com a problema 6 de quart d'ESO.

3. (1r d'ESO, prob. 27) Considerem el nombre enter 1234567891011.....99100 que resulta si escrivim un després de l'altre, consecutivament i de manera ordenada, tots els nombres enters de l'1 al 100. D'aquest nombre esborrem totes les xifres iguals a 1. Quantes xifres queden escrites?

A) 171 B) 172 C) 173 D) 181 E) 182

4. (2n d'ESO, prob. 14) En Rafel ha dibuixat la figura següent amb 2 quadrats. El primer, de 2 cm de costat; i el segon, que té un vèrtex situat en el centre del primer, de 4 cm de costat. Quina és la superfície d'aquesta figura?



A) 21 cm² B) 19 cm² C) 20 cm² D) 22 cm² E) 18 cm²

5. (3r d'ESO, prob. 11; 4t d'ESO, prob. 3) En el dibuix, la línia discontinua i el camí negre formen set triangles equilàters. La llargada de la línia discontinua és 200 m. Quina és la longitud del camí negre?



A) 250 m B) 300 m C) 350 m D) 400 m E) 450 m

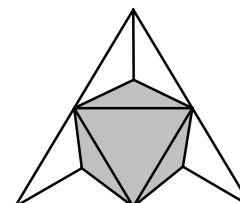
6. (4t d'ESO, prob. 7) La suma de tres nombres enters positius diferents és 7. Quin n'és el producte?

A) 12 B) 10 C) 9 D) 8 E) 5

7. (1r de batx. prob. 20) En les cares d'un dau hi ha els nombres -3, -2, -1, 0, 1 i 2. Si el tirem dues vegades i multipliquem els resultats, quina és la probabilitat que el producte sigui negatiu?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{11}{36}$ D) $\frac{13}{36}$ E) $\frac{1}{3}$

8. (2n de batx. prob. 24) Considerem un tetràedre regular. El tallem per quatre plans, cadascun dels quals passa pels punts mitjans de tres arestes concurrents, i així n'escapem quatre trossos. Quina part del volum original del tetràedre té el sòlid resultant?



A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

Informació del XXII Cangur de la SCM

Els premis i els pins de plata

Pel que fa a la convocatòria del Cangur a Catalunya, Andorra i la Franja de Ponent, a la qual fa referència aquesta separata i que organitza la comissió Cangur de la Societat Catalana de Matemàtiques, els noms de totes les persones premiades es poden trobar a la pàgina web

<http://cangur.org/cangur/cang2017/premis/>.

La llista de mencions és publicada a <http://cangur.org/cangur/cang2017/premis/mencions.php>.

A part dels premis de cada any, la Societat Catalana de Matemàtiques té establerta una distinció especial del Cangur, que anomena *Pin de plata*, que es considera una distinció per a la globalitat dels territoris del nostre Cangur. La comissió Cangur catalano-valenciano-balear ha acordat atorgar aquesta distinció, per la seva participació en la prova Cangur dels anys 2014, 2015, 2016 i 2017 a

- Rafah Hajjar Muñoz
(IES Camp de Túria de Lliria. País Valencià)
- Jan Olivetti Auladell
(La Farga de Sant Cugat del Vallès; Aula Escola Europea de Barcelona. Catalunya)
- Jordi Guillem Rodríguez Manso
(Pare Manyanet Les Corts i Aula Escola Europea de Barcelona. Catalunya)

XXII Cangur de la SCM. Dades estadístiques

Dades globals

Nombre de participants: 102.316

de centres de Barcelona ciutat: 21.774

de centres de la resta de la província de Barcelona: 52.819

de centres de la província de Girona: 11.505

de centres de la província de Lleida: 5.153

de centres de la província de Tarragona: 10.993

d'un centre de la Franja de Ponent: 72

Augment global d'un 14,14% en la participació respecte l'any 2016.

Cangur de primària: 26.995 participants, augment d'un 8,53%

Cangur de 1r, 2n i 3r d'ESO: 56.069 participants, augment d'un 19,27%

Cangur de 4t i batxillerat: 19.252 participants, augment d'un 8,41%

En aquests nivells el Cangur es va fer en 24 seus universitàries, 11 seus en centres cívics, 77 seus en centres de secundària i 154 centres ho van fer sols al seu propi centre.

Nombre de centres inscrits: 1053, augment d'un 2,83% respecte el Cangur 2016.

en el Cangur primària: 445 , augment d'un 5,70%

en el Cangur 123: 668, augment d'un 11,15%

en el Cangur de 4t d'ESO i batxillerat: 701, augment d'un 4,32%

Dades de cinquè d'EP

Nombre de participants: 13.492

de centres de Barcelona ciutat: 2.987
de centres de la resta de la província de Barcelona: 6.381
de centres de la província de Girona: 1.502
de centres de la província de Lleida: 752
de centres de la província de Tarragona: 1870

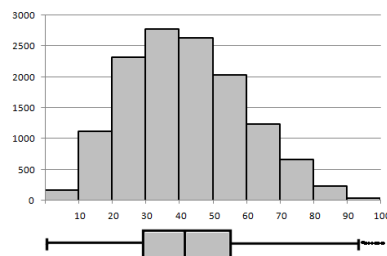
Augment global d'un 9,58% en la participació respecte l'any 2016.

Nombre de centres que han participat en aquest nivell: 407.

Mitjana: 42,61 punts sobre 100
Desviació estàndard: 17,47 punts

Puntuació del millor 1%: 84,75 punts
Puntuació del millor 5%: 73,75 punts
Puntuació del millor 10%: 67,0 punts
Tercer quartil, millor 25%: 54,75 punts
Mediana: 41,25 punts

5è d'EP. Anàlisi de les puntuacions



Problema amb més encerts/Problema amb menys errades

Problema 4: encerts 93,94%, errors 3,93%; en blanc 2,14%

Problema amb menys encert/Problema amb més errades:

Problema 9: encerts 4,51%, errors 91,90%; en blanc 3,59%

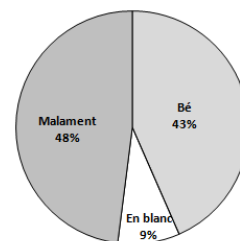
Una sorpresa "per malament" (a part del problema 9):

Problema 3: encerts 35,59%, errors 60,31%; en blanc 4,10%

Una sorpresa "per bé":

Problema 8: encerts 70,92%, errors 26,01%; en blanc 3,01%

5è d'EP. Valoració de les respostes



Dades de sisè d'EP

Nombre de participants: 13.506

de centres de Barcelona ciutat: 2.884
de centres de la resta de la província de Barcelona: 6.592
de centres de la província de Girona: 1.423
de centres de la província de Lleida: 811
de centres de la província de Tarragona: 1796

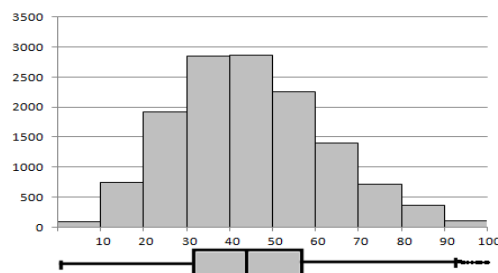
Augment global d'un 7,52% en la participació respecte l'any 2016.

Nombre de centres que han participat en aquest nivell: 427.

Mitjana: 45,33 punts sobre 100
Desviació estàndard: 17,50 punts

Puntuació del millor 1%: 90,0 punts
Puntuació del millor 5%: 76,75 punts
Puntuació del millor 10%: 68,75 punts
Tercer quartil, millor 25%: 56,25 punts
Mediana: 43,75 punts

6è d'EP. Anàlisi de les puntuacions



Problema amb més encerts/Problema amb menys errades

Problema 2: encerts 89,06%, errors 7,98%; en blanc 2,96%

Problema amb menys encert/Problema amb més errades:

Problema 19: encerts 18,61%, errors 66,64%; en blanc 14,71%

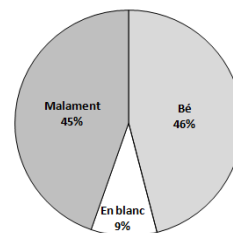
Una sorpresa "per malament" (a part del problema 9):

Problema 9: encerts 23,99%, errors 58,46%; en blanc 17,55%

Una sorpresa "per bé":

Problema 13: encerts 66,19%, errors 25,31%; en blanc 8,49%

6è d'EP. Valoració de les respostes



Dades de primer d'ESO

Nombre de participants: 20.463

de centres de Barcelona ciutat: 3.912
de centres de la resta de la província de Barcelona: 11.422
de centres de la província de Girona: 2.324
de centres de la província de Lleida: 888
de centres de la província de Tarragona: 1.892
d'un centre de la Franja de Ponent: 25

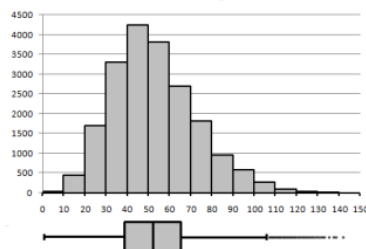
Augment global d'un 22,15% en la participació respecte l'any 2016.

Nombre de centres que han participat en aquest nivell: 587.

Mitjana: 53,33 punts sobre 150
Desviació estàndard: 19,98 punts

Puntuació del millor 1%: 108,5 punts
Puntuació del millor 5%: 90,25 punts
Puntuació del millor 10%: 80,0 punts
Tercer quartil, millor 25%: 65,0 punts
Mediana: 51,0 punts

1r d'ESO. Anàlisi de les puntuacions



Problema amb més encerts/Problema amb menys errades

Problema 7: encerts 76,76%, errors 17,79%; en blanc 5,45%

Problema amb menys encert/Problema amb més errades:

Problema 21: encerts 5,25%, errors 81,35%; en blanc 13,39%

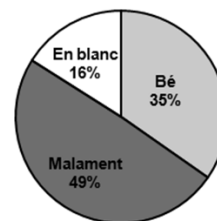
Una sorpresa "per malament":

Problema 18: encerts 11,07%, errors 57,08%; en blanc 31,85%

Una sorpresa "per bé":

Problema 14: encerts 63,28%, errors 25,84%; en blanc 10,88%

1r d'ESO. Valoració de les respostes



Dades de segon d'ESO

Nombre de participants: 18.897

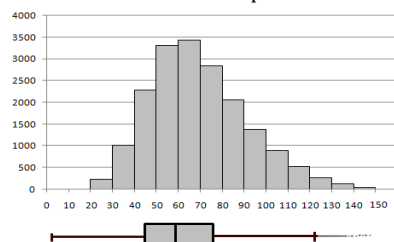
de centres de Barcelona ciutat: 3.773
de centres de la resta de la província de Barcelona: 10.364
de centres de la província de Girona: 2.108
de centres de la província de Lleida: 882
de centres de la província de Tarragona: 1.770

Augment global d'un 24,39% en la participació respecte l'any 2016.

Nombre de centres que han participat en aquest nivell: 601.

Mitjana: 59,89 punts sobre 150
Desviació estàndard: 22,29 punts
Puntuació del millor 1%: 121,25 punts
Puntuació del millor 5%: 101,25 punts
Puntuació del millor 10%: 90,75 punts
Tercer quartil, millor 25%: 73,5 punts
Mediana: 57,25 punts

2n d'ESO. Anàlisi de les puntuacions



Problema amb més encerts/Problema amb menys errades

Problema 5: encerts 86,04%, errors 11,90%; en blanc 2,04%

Problema amb menys encert/Problema amb més errades:

Problema 17: encerts 6,12%, errors 81,08%; en blanc 12,79%

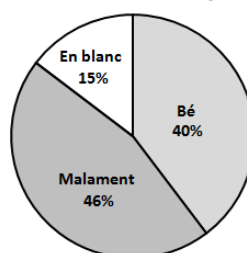
Una sorpresa "per malament":

Problema 1: encerts 27,40%, errors 69,63%; en blanc 2,97%

Una sorpresa "per bé":

Problema 18: encerts 76,03%, errors 15,33%; en blanc 8,63%

2n d'ESO. Valoració de les respostes



Dades de tercer d'ESO

Nombre de participants: 16.709

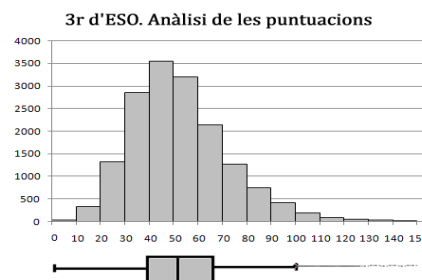
de centres de Barcelona ciutat: 3.685
de centres de la resta de la província de Barcelona: 8.848
de centres de la província de Girona: 1.933
de centres de la província de Lleida: 722
de centres de la província de Tarragona: 1.513
d'un centre de la Franja de Ponent: 8

Augment global d'un 10,90% en la participació respecte l'any 2016.

Nombre de centres que han participat en aquest nivell: 618.

Mitjana: 52,87 punts sobre 150
Desviació estàndard: 20,00 punts

Puntuació del millor 1%: 112 punts
Puntuació del millor 5%: 89,5 punts
Puntuació del millor 10%: 79,25 punts
Tercer quartil, millor 25%: 63,75 punts
Mediana: 50,25 punts



Problema amb més encerts/Problema amb menys errades

Problema 7: encerts 78,66%, errors 14,12%; en blanc 7,20%

Problema amb menys encert/Problema amb més errades:

Problema 16: encerts 7,62%, errors 70,12%; en blanc 22,25%

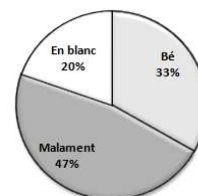
Una sorpresa "per malament":

Problema 6: encerts 29,99%, errors 65,78%; en blanc 4,21%

Una sorpresa "per bé":

Problema 24: encerts 66,32%, errors 21,34%; en blanc 12,32%

3r d'ESO. Valoració de les respostes



Dades de quart d'ESO

Nombre de participants: 9.652

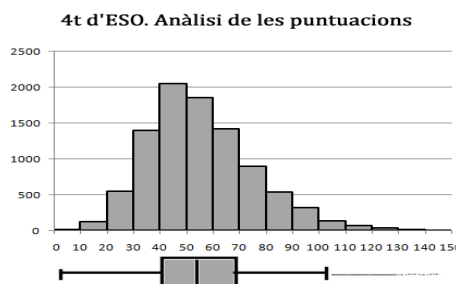
de centres de Barcelona ciutat: 2.154
de centres de la resta de la província de Barcelona: 4.930
de centres de la província de Girona: 1.140
de centres de la província de Lleida: 509
de centres de la província de Tarragona: 889
d'un centre de la Franja de Ponent: 30

Augment global d'un 9,74% en la participació respecte l'any 2016.

Nombre de centres que han participat en aquest nivell: 671.

Mitjana: 55,86 punts sobre 150
Desviació estàndard: 19,97 punts

Puntuació del millor 1%: 112,5 punts
Puntuació del millor 5%: 93,0 punts
Puntuació del millor 10%: 82,5 punts
Tercer quartil, millor 25%: 67,5 punts
Mediana: 53,12 punts



Problema amb més encerts/Problema amb menys errades

Problema 1: encerts 86,73%, errors 12,129%; en blanc 1,11%

Problema amb menys encert/Problema amb més errades:

Problema 10: encerts 6,32%, errors 62,34%; en blanc 31,31%

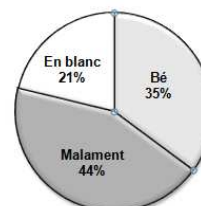
Una sorpresa "per malament":

Problema 16: encerts 10,03%, errors 74,81%; en blanc 15,10%

Una sorpresa "per bé":

Problema 12: encerts 80,92%, errors 16,65%; en blanc 2,40%

4t d'ESO. Valoració de les respostes



Dades de primer de batxillerat

Nombre de participants: 5.852

de centres de Barcelona ciutat: 1.407
de centres de la resta de la província de Barcelona: 2.604
de centres de la província de Girona: 671
de centres de la província de Lleida: 396
de centres de la província de Tarragona: 772
d'un centre de la Franja de Ponent: 2

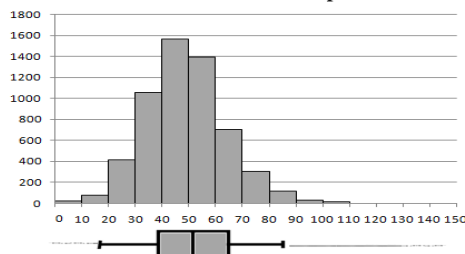
Augment global d'un 5,37% en la participació respecte l'any 2016..

Nombre de centres que han participat en aquest nivell: 499.

Mitjana: 48,0 punts sobre 150
Desviació estàndard: 16,6 punts

Puntuació del millor 1%: 89,25 punts
Puntuació del millor 5%: 75,0 punts
Puntuació del millor 10%: 82,5 punts
Tercer quartil, millor 25%: 62,0 punts
Mediana: 51,75 punts

1r de batx. Anàlisi de les puntuacions



Problema amb més encerts/Problema amb menys errades

Problema 9: encerts 79,83%, errors 17,77%; en blanc 2,34%

Problema amb menys encert:

Problema 26: encerts 5,94%, errors 26,34%; en blanc 67,66%

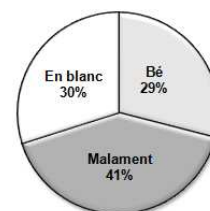
Una sorpresa "per malament":

Problema 6: encerts 13,60%, errors 68,91%; en blanc 17,43%

Una sorpresa "per bé":

Problema 14: encerts 48,06%, errors 26,69%; en blanc 25,20%

1r batx. Valoració de les respostes



Dades de segon de batxillerat

Nombre de participants: 3.748

de centres de Barcelona ciutat: 972
de centres de la resta de la província de Barcelona: 1.681
de centres de la província de Girona: 404
de centres de la província de Lleida: 193
de centres de la província de Tarragona: 491
d'un centre de la Franja de Ponent: 7

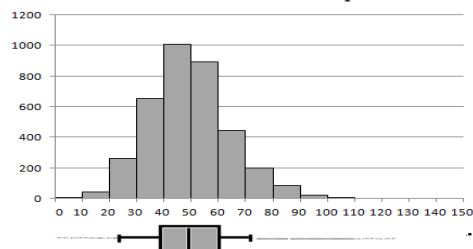
Augment global d'un 9,91% en la participació respecte l'any 2016.

Nombre de centres que han participat en aquest nivell: 429.

Mitjana: 51,4 punts
Desviació estàndard: 17,2 punts

Puntuació del millor 1%: 95,0 punts
Puntuació del millor 5%: 79,25 punts
Puntuació del millor 10%: 82,5 punts
Tercer quartil, millor 25%: 57,5 punts
Mediana: 47,75 punts

2n de batx. Anàlisi de les puntuacions



Problema amb més encerts/Problema amb menys errades

Problema 1: encerts 92,03%, errors 6,81%; en blanc 1,08%

Problema amb menys encert:

Problema 26: encerts 3,76%, errors 46,24%; en blanc 49,91%

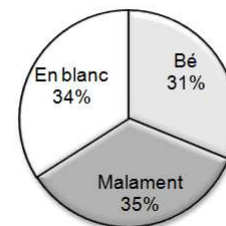
Una sorpresa "per malament":

Problema 2: encerts 22,22%, errors 21,86%; en blanc 55,82%

Una sorpresa "per bé":

Problema 15: encerts 59,14%, errors 32,97%; en blanc 7,80%

2n batx. Valoració de les respostes



Alguns enunciats i solucions del XXII Cangur de la SCM

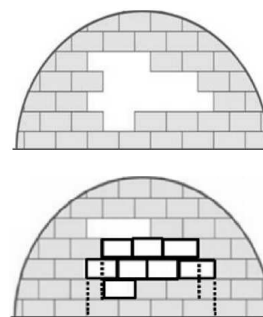
Cinquè d'EP

1. Quants maons falten per a completar l'igló?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Resposta: C. 10. *Encert: 58,80%; en blanc 2,38%; error 38,82%*

Cada maó està situat sobre dos maons de la fila immediatament inferior, i n'ocupa justament la meitat d'un i de l'altre. Observem que a la segona fila hi falta 1 maó. Els maons de la tercera fila queden posats com els de la primera; si les comparem veiem que a la 3a fila hi falten 4 maons. Si comparem la 4a amb la 2a, que els maons també queden posats igual, veiem que hi falten 3 maons. Si comparem la 5a amb la tercera (no està fet a la figura) trobaríem a faltar 2 maons. Són $1 + 4 + 3 + 2 = 10$ maons.



7. En el *País dels Polígons* es poden bescanviar tres quadrats per un triangle. També es poden bescanviar dos pentàgons per un quadrat. Quants pentàgons s'han de bescanviar per dos triangles?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

Resposta: D. 12. *Encert: 32,54%; en blanc 15,14%; error 52,32%*

Podem fer una representació gràfica del problema:



Vist que cada quadrat es pot canviar per dos pentàgons fem realment el canvi en el primer dibuix.



De l'esquema es pot deduir que si un triangle es pot bescanviar sis pentàgons, dos triangles es podran bescanviar per dotze pentàgons.

11. En la figura de la dreta veiem un collaret amb sis perles. Quina imatge de les que veus a baix correspon al mateix collaret?



A) B) C) D) E)

Resposta: A. *Encert: 54,68%; en blanc 2,19%; error 43,13%*

Si resseguim amb atenció les perles del collaret, començant per la de l'esquerre, trobarem les perles en l'ordre indicat pels números de la figura de la dreta. Aleshores si anomenem N a una perla negra i B a una de blanca trobarem NBBNNB, que correspon a l'opció A) de resposta.



20. Cadascuna de les quatre claus només obre un dels candaus i els números de cada clau simbolitzen les lletres del candau que obre. Quines lletres apareixen en l'últim candau?

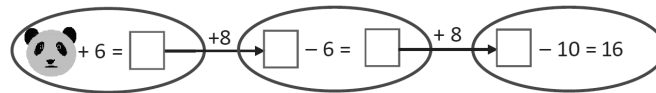


A) GDA B) ADG C) GAD D) GAG E) DAD

Resposta: D. *Encert: 22,63%; en blanc 13,43%; error 63,94%*

Podem fer dues observacions inicials. Per un costat veiem que només tenim tres xifres (1, 4 i 7) i tres lletres (A, D i G). Hem de fer correspondre cada lletra a una de les xifres. Per un altre costat observem que tenim un candau que representa un nombre capicua (ADA) i que tenim dues claus capicues (717 i 141). Això ens fa pensar que el candau que falta es correspon també a una clau capicua. Hem de mirar quina és. Imaginem que ADA és 717 (A=7, D=1 i, en conseqüència, G=4). Així tindríem que DGA seria 147 i no tenim cap clau amb aquest nombre. Suposem ara que ADA és 141 (A=1, D=4 i, en conseqüència, G=7). Això implicaria que DGA seria 471 i DAG 417. Donat que tenim totes dues claus la que ens queda per assignar seria la 717. Segons el codi que hem trobat es representaria amb les lletres GAG.

1. Quin nombre s'amaga darrera del panda?

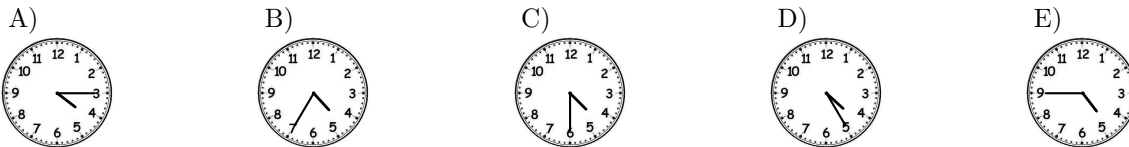


- A) 20 B) 14 C) 12 D) 10 E) 8

Resposta: D. 10. *Encert: 76,16%; en blanc 5,14%; error 18,70%*

A partir del panda el que hem fet és sumar 6, sumar 8, restar 6, sumar 8 i restar 10. Per tant, en total, hem sumat 22 i hem restat 16, i això significa que, en total, hem sumat 6. Si hem obtingut, com a resultat, 16, llavors podem assegurar que el panda amagava el número 10. Alternativament podem anar «a la inversa» i omplir els quadradets de dreta a esquerra. Primer de tot l'operació contrària de restar 10 és sumar 10; hi posaríem un 26. L'operació contrària de sumar 8 és restar 8; resulta 18. Després, anant de dreta a esquerra i fent el contrari que si anem d'esquerra a dreta pertoca sumar 6, restar 8, restar 6 i obtenim respectivament 24, 16, 10.

10. En Joan ha d'arribar al camp d'hoquei on entrena a les cinc de la tarda. El bus passa cada 10 minuts per la parada des de les sis del matí. Per a arribar a temps d'agafar el bus, en Joan surt de casa 5 minuts abans que el bus passi per la parada. El trajecte en bus dura 15 minuts. Després ha de caminar 5 minuts per a arribar al camp d'hoquei. A quina hora, com a molt tard, ha de sortir en Joan de casa seva per a arribar a temps al camp?



Resposta: B. A dos quarts i cinc de cinc. *Encert: 45,38%; en blanc 8,70%; error 45,92%*

Podem calcular que en Joan té 25 minuts de trajecte (5 + 15 + 5). Si ha d'arribar a les 5 en punt significa que, com a mínim, haurà de sortir 25 minuts abans. Per tant, a les 4.35. Només ens queda confirmar que cinc minuts després de les 4.35 passa un autobús. Aquests passen cada deu minuts des de les 6 del matí. Per tant passen a l'hora en punt, a «i deu», a «i 20», a dos quarts, a «i 40» i a «i 50». Cinc minuts després de les 4.35 són les 4.40, per tant segur que pot agafar un autobús. La solució és doncs, a les 4.35, dos quarts i cinc de cinc, i aquesta és l'hora que marca el rellotge B.

11. En un petit zoo hi ha una girafa, un elefant, un lleó i una tortuga. La Maria vol fer un recorregut per a visitar dos animals diferents. No vol començar pel lleó. Quants recorreguts diferents pot fer?

- A) 3 B) 7 C) 8 D) 9 E) 12

Resposta: D. 9 possibles recorreguts. *Encert: 25,51%; en blanc 7,73%; error 66,76%*

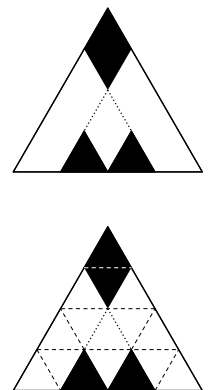
Per començar el seu recorregut, la Maria pot escollir entre tres animals (girafa, elefant i tortuga). Després, per a cada una de les tres opcions, també li quedaran tres animals per triar d'anar a veure en segona visita, a saber, els dos que li quedin dels tres esmentats abans i el lleó. Per tant, com que cada primera possibilitat es pot combinar amb cada segona possibilitat (idea de multiplicar els nombres corresponents) el nombre de recorreguts que pot fer és de $3 \times 3 = 9$.

20. Hem dividit en quatre parts iguals un costat d'un triangle equilàter, i després, ajudats amb el traçat de línies paral·leles, hem acabat dissenyant el logotip que mostra la figura, que es pot descompondre en triangles tots iguals. Quina part del triangle està ocupada pel color blanc de la M?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{5}{7}$

Resposta: C. $\frac{3}{4}$. *Encert: 28,22%; en blanc 18,74%; error 53,03%*

Per saber quina part del triangle correspon a la part blanca podem dividir-lo en parts iguals i una bona possibilitat, com suggereix l'enunciat és descompondre'l en triangles petits com els triangles negres del dibuix. Ho podem fer a base de dibuixar paral·leles als tres costats del triangle. Podem observar a la figura que el triangle es descompon en 16 triangles iguals i que 12 estan pintats de blanc i, doncs, la solució és $\frac{12}{16}$ que, simplificat, és $\frac{3}{4}$.



Primer d'ESO

1. El dibuix ens mostra el que veu l'Aina si se situa davant de casa seva. La part de darrere té tres finestres i cap porta. Quina imatge és la que veu l'Aina quan mira la casa per la part de darrere?



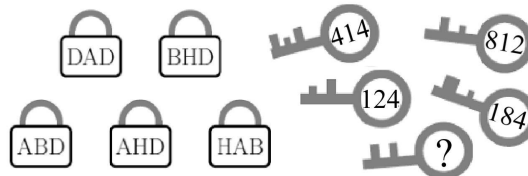
- A) B) C) D) E)

Resposta: E. *Encert: 73,06%; en blanc 1,88%; error 25,06%*

Si la xemeneia per davant es veu al baixant dret de la teulada, per darrere es veurà al baixant esquerre. Entre les tres opcions que tenen la xemeneia a l'esquerra, només la E té tres finestres.

14. Cada clau només obre un candau i els seus números corresponen a les lletres del seu candau. Quin número hi ha escrit en la darrera clau?

- A) 382 B) 824 C) 282
D) 284 E) 823



Resposta: D. 284. *Encert: 63,28%; en blanc 10,88%; error 25,84%*

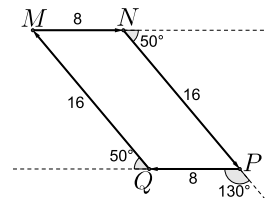
Veiem que hi ha una clau capicua, la DAD, i constatem que només hi ha un candau capicua, el 414 i, per tant, han de correspondre's. Serà $DAD = 414$, idè $D = 4$, $A = 1$. Com que la clau 812 és l'única que no acaba en 4 i té un 1 al mig correspon al candau HAB. Deduïm que $H = 8$ i $B = 2$. La clau buscada correspon al candau BHD i serà la que té el número 284.

19. Un robot està programat perquè, des que l'engeguem, avanci 8 cm, giri a la dreta 50° , avanci 16 cm i giri 130° també cap a la dreta i torni a repetir aquestes accions en el mateix ordre fins que arribi al punt de partida. Quina figura descriu el robot?

- A) Un triangle B) Un quadrat C) Un rectangle D) Un paral·lelogram E) Un pentàgon

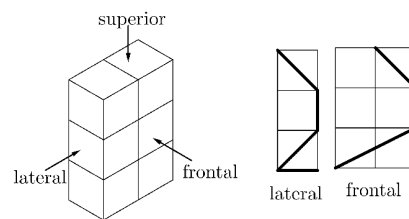
Resposta: D. Un paral·lelogram. *Encert: 25,83%; en blanc 15,89%; error 58,28%*

Imaginem que comença en el punt M . Com que 50° més 130° sumen 180° , això ens diu que el tercer camí recorregut, PQ , serà de la mateixa longitud, paral·lel i de sentit contrari a MN . Anàlogament el quart camí serà de la mateixa longitud, paral·lel i de sentit contrari al NP i, per tant, el robot descriu un paral·lelogram i retorna al punt de partida, M , i amb el darrer gir queda en la mateixa orientació amb què ha començat i anirà repetint el paral·lelogram $MNPQ$.



30. Un peix es mou en un aquari com el de la figura, fet de vidres quadrats. En les figures es veu la trajectòria del peix vista des de la part frontal i la part lateral. Quina serà la trajectòria del peix vista des de la part superior de l'aquari?

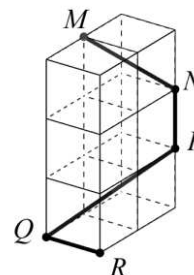
- A) B) C) D) E)



Resposta: E. *Encert: 16,06%; en blanc 25,71%; error 58,23%*

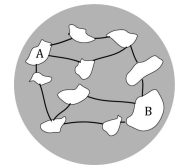
Si imaginem que el peix comença a la part superior de l'aquari, la trajectòria que descriu és la que es veu a la figura de la dreta, que vista des de dalt és la E).

Expliquem-ho: la visió lateral ens col·loca inicialment a l'esquerra i la frontal al mig, i aquest punt superior, a l'esquerra i al mig és el punt M . Després, la visió lateral ens porta cap a la dreta, i la frontal també, per tant passa al punt N . A continuació, les dues visions ens diuen que només baixa, pel mateix costat i passa al punt P . Tot seguit, les dues visions ens diuen que passa de la dreta a l'esquerra, serà del punt P al punt Q . Finalment, la visió lateral el fa canviar de costat, mentre que la frontal ens diu que roman allà on estava: passa de la posició Q a la R .

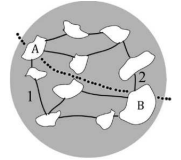


Segon d'ESO

1. En un planeta hi ha 10 illes i 12 ponts disposats segons el dibuix. Si es vol impedir que es pugui anar des de A fins a B passant pels ponts, quin és el nombre més petit de ponts que s'han de tancar?



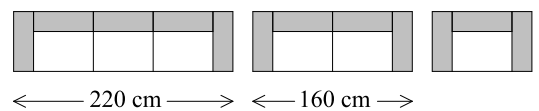
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



Resposta: B. 2 ponts. *Encert: 27,40%; en blanc 2,97%; error 69,63%*

Podem impedir anar de A fins a B, tancant dos ponts. Per exemple els indicats amb 1 i 2, un de cada zona en què la línia de punts que hem dibuixat divideix el planeta. En canvi, no podem impedir el trajecte tancant només un pont, ja que si tanquem un pont de la zona del pont 1, sempre podrem anar per la zona del pont 2 i viceversa.

11. Una botiga de mobles ven sofàs i butaques fets amb mòduls pre-fabricats. L'amplada del sofà de tres places és de 220 cm i la del de dues places és de 160 cm. Quina és l'amplada de la butaca individual?



- A) 60 cm B) 80 cm C) 90 cm D) 100 cm E) 120 cm

Resposta: D. 100 cm. *Encert: 24,18%; en blanc 4,34%; error 71,48%*

En el sofà de tres places tenim dos espais per recolzar els braços i tres espais per seure. En el de dues places es continuen tenint dos espais per recolzar els braços però només dos espais per seure, per tant la diferència entre les mides, $220 - 160 = 60$ cm, correspon a un espai per seure. Ara podem deduir que si hi ha dos espais per seure, ocuparan $2 \times 60 = 120$ cm i per tant, els dos espais per recolzar els braços mesuraran $160 - 120 = 40$ cm. L'amplada de la butaca individual serà per tant $40 + 60 = 100$ cm.

18. Tenim 4 nombres a , b , c i d col·locats en una graella 2×2 . Si fem la suma de cada fila i de cada columna obtenim els resultats indicats. Quina afirmació és certa?

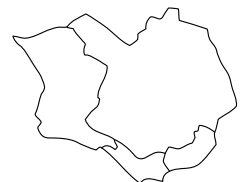
a	b	$\rightarrow 2$
c	d	$\rightarrow 3$
$\downarrow 1$	$\downarrow 4$	

- A) a és igual a d B) a és més gran que d C) a és més petit que d
D) b és igual a c E) c és més gran que b

Resposta: C. $a < d$. *Encert: 6,12%; en blanc 12,79%; error 81,09%*

Com que en sumar la primera fila tenim que $a + b = 2$ i en sumar la primera columna és $a + c = 1$ deduïm que $b > c$ perquè $b + a > c + a$. Per tant, les respostes D i E són errònies. De la mateixa manera si comparem $a + b = 2$ amb la suma de la segona columna, $b + d = 4$, obtenim que $a < d$ i ja tenim l'única resposta que pot ser correcta.

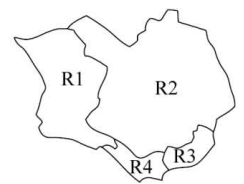
30. La Júlia té 4 colors diferents amb els quals vol pintar les 4 regions d'aquesta illa, amb la condició que dues regions amb una part de frontera en comú no poden estar pintades del mateix color. De quantes maneres diferents pot pintar aquest mapa amb el benentès que tant pot utilitzar tots 4 colors com només alguns, sempre que es compleixi la condició indicada?



- A) 12 B) 18 C) 24 D) 36 E) 48

Resposta: E. De 48 maneres. *Encert: 8,71%; en blanc 29,12%; error 62,16%*

Observem que les regions R2 i R4 comparteixen frontera amb totes les altres tres regions. En canvi la R1 no comparteix frontera amb R3 i viceversa. Per tant, per a la regió R1 tenim 4 colors per triar, per a la regió R2 ens queden tres colors per triar i per a la regió R4 ens quedaran 2 colors per triar. Per la regió R3 ens quedaran també dos colors per triar, el darrer que encara no hem triat en cap de les altres tres regions i també el mateix color que a R1. Per tant, tenim $4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$ maneres diferents per pintar el mapa de forma que es compleixin les condicions de l'enunciat.



Tercer d'ESO

1. La Carla sap que $1111 \times 1111 = 1234321$. Quin és el valor de 2222×2222 ?

A) 2468642 B) 4321234 C) 4568654 D) 4937284 E) 9874568

Resposta: D. 4937284. *Encert: 67,54%; en blanc 2,21%; error 30,24%*

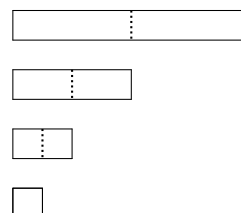
Si en una multiplicació multipliquem per 2 cadascun dels factors el producte queda multiplicat per $2 \times 2 = 4$ i si fem 4×1234321 el resultat és el que indica D).

13. Un full de paper rectangular té un perímetre de 252 cm. El pleguem tres vegades, cada vegada per la meitat del costat llarg del rectangle o dels rectangles successius, i només al final obtenim un quadrat. Quina era la longitud inicial del costat llarg del full de paper?

A) 100 cm B) 104 cm C) 108 cm D) 112 cm E) 116 cm

Resposta: D. 112 cm. *Encert: 13,49%; en blanc 40,97%; error 45,52%*

Suposem que el costat que inicialment és el llarg, segueix essent el costat llarg després de cadascun dels plegs. Per obtenir un quadrat justament al final dels tres plegs, el costat llarg ha de ser 8 vegades el petit; per tant el costat petit ha de mesurar $\frac{126}{9} = 14$ cm i el llarg $8 \times 14 = 112$ cm, que és la solució.



Si no fos certa la suposició i una vegada fet el primer plec, el costat inicialment més petit passés a ser el més llarg després del primer plec, per obtenir un quadrat al cap de tres plegs, el costat llarg ha de ser el doble de l'altre i així hauríem de tenir un rectangle de costats 84 i 42 cm, i per tant després del primer plec ja obtindríem un quadrat, i no només al final com diu l'enunciat.

17. Quants nombres naturals A tenen la propietat que només un dels dos nombres A i $A + 10$ és un nombre de tres xifres?

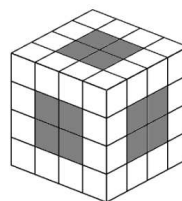
A) Cap B) 9 C) 10 D) 19 E) 20

Resposta: E. 20. *Encert: 6,68%; en blanc 31,81%; error 61,50%*

Per veure que la resposta és 20, ens adonem que pot passar que A sigui de 2 xifres i $A + 10$, de tres o bé que A sigui de 3 xifres i $A + 10$ de quatre. La primera cosa passa per als nombres del 90 al 99 i la segona cosa s'esdevé per als nombres del 990 al 999. En total, doncs, 20 nombres.

30. Tenim un cub gros que s'ha construït enganxant cubs petits. Alguns cubs petits són blancs i uns altres són grisos. Els cubs grisos travessen el cub de dalt a baix, de dreta a esquerra i del davant al darrere com mostra la figura. Quin percentatge del cub gros és de color gris?

A) Un 25% B) Un 30% C) Un 40% D) Un 50% E) Un 75%



Resposta: D. Un 50%. *Encert: 19,70%; en blanc 19,44%; error 60,84%*

En cada una de les sis cares del cub gran es veuen 4 cubs grisos (se'ls veu una cara i són, tots 6×4 , diferents cubs), i a l'interior del cub gran, centrat del tot, hi queda, a més, un cub $2 \times 2 \times 2$ de cubs grisos. En total, doncs, hi ha $6 \times 4 + 8 = 32$ cubs grisos; justament la meitat dels $4 \times 4 \times 4 = 64$ cubs petits que hi ha en total.

Quart d'ESO

1. Quina hora és quan han passat 20 hores i 17 minuts després de les 20.17 h?

A) 14.34 h B) 16.34 h C) 17.34 h D) 18.34 h E) 19.34 h

Resposta: B. Les 16.34 h. *Encert: 86,73%; en blanc 1,11%; error 12,12%*

Podem fer $20 \text{ h } 17 \text{ min} + 20 \text{ h } 17 \text{ min} = 40 \text{ h } 34 \text{ min}$, i aleshores per saber quina hora és ens cal veure quantes hores han passat després de mitjanit (les 24 h), i per tant hem de fer $40 \text{ h } 34 \text{ min} - 24 \text{ h} = 16 \text{ h } 34 \text{ min}$. Seran, doncs, les 16.34 h.

14. La Rosa vol escriure un nombre en cada quadrat de la figura següent, i ja n'ha escrit dos. Vol que la suma de tots els nombres sigui igual a 35, la suma dels nombres situats en els tres primers quadrats sigui 22 i la suma dels nombres situats en els tres darrers quadrats sigui 25. Quin és el producte dels nombres que la Rosa escriu en els quadrats grisos?

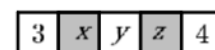


A) 63 B) 108 C) 0 D) 48 E) 39

Resposta: A. 63. *Encert: 32,22%; en blanc 31,44%; error 36,27%*

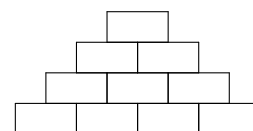
Si anomenem x, y, z els nombres que indica la figura tenim que:

$3 + x + y + z + 4 = 35$ (a), $3 + x + y = 22$ (b) i $y + z + 4 = 25$ (c)



De (a) i (b) es dedueix que $22 + z + 4 = 35$. És a dir, $z = 9$. Així, de (c) es dedueix que $y = 12$, i si ho substituïm en l'equació (a) obtenim que $x = 7$. Per tant, $x \cdot z = 7 \cdot 9 = 63$.

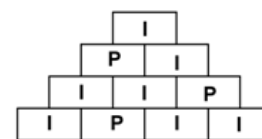
16. La Sara vol escriure un nombre enter positiu en cadascuna de les caselles del diagrama de la dreta. Posa els nombres que vol en la fila inferior i cadascun dels altres nombres és la suma dels dos que té immediatament a sota. Quina és la quantitat màxima de nombres imparells que pot escriure la Sara?



A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

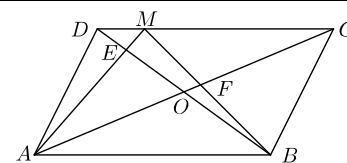
Resposta: D. 7. *Encert: 10,03%; en blanc 15,10%; error 74,81%*

Si posem quatre nombres imparells a la fila de sota, ja no trobarem cap més nombre imparell. Si posem un nombre parell a la fila de sota en el lloc que indica la figura, obtenim 7 nombres imparells. Si posem un sol nombre parell a la fila de sota, però en un extrem, obtenim exactament 6 nombres imparells.



Si a la fila de sota hi posem dos nombres parells (o tres), sempre apareixerà algun altre nombre parell en les files de sobre i així deduïm que tindrem com a màxim 7 nombres imparells.

30. La figura mostra un paral·lelogram $ABCD$ d'àrea S . La intersecció de les diagonals del paral·lelogram és el punt O . El punt M es troba sobre el costat CD . La intersecció del segment AM amb la diagonal BD és el punt E i la intersecció del segment MB amb la diagonal AC és el punt F . La suma de les àrees dels triangles AED i BCF és $\frac{S}{3}$. Quina és l'àrea del quadrilàter $EOFM$?



A) $\frac{S}{6}$ B) $\frac{S}{8}$ C) $\frac{S}{10}$ D) $\frac{S}{12}$ E) $\frac{S}{14}$

Resposta: D. $\frac{S}{12}$. *Encert: 14,69%; en blanc 51,67%; error 33,57%*

Com que O és la intersecció de les dues diagonals del paral·lelogram, és el punt mitjà de les dues diagonals i el centre del paral·lelogram. Es dedueix que els triangles ABO i DOC són iguals i d'àrea $\frac{S}{4}$ (base igual a AB i altura la meitat de la corresponent del paral·lelogram). Com que els triangles OBC i AOD són iguals també tindran àrea $\frac{S}{4}$. Per deduir l'àrea demanada, la del quadrilàter $EOFM$, restarem a l'àrea de ABM (que és $\frac{S}{2}$, perquè és un triangle que té la mateixa base i altura que el paral·lelogram), per una banda l'àrea de ABO (que ja hem dit que és $\frac{S}{4}$) i per una altra la suma X de les àrees de AOE i BFO . Aquest valor de X el podem trobar com a suma de les àrees de AOD i OBC menys la dada de l'enunciat, a saber la suma de les àrees dels triangles AED i BCF . Serà $X = \frac{S}{4} + \frac{S}{4} - \frac{S}{3} = \frac{S}{6}$. Tenim doncs que l'àrea de $EOFM = \frac{S}{2} - \frac{S}{4} - \frac{S}{6} = \frac{S}{12}$.

Primer de batxillerat

1. La Maria té 24 €. Cadascun dels seus tres germans en té 12. Quants euros ha de donar a cadascun dels seus germans perquè tots quatre tinguin la mateixa quantitat de diners?

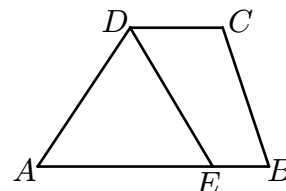
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

Resposta: C. 3. *Encert: 76,62%; en blanc 2,17%; error 21,21%*

Entre els quatre germans tenen 60 €, 24 € la Maria i $12 \times 3 = 36$ € entre els tres germans. Com que volem que tots tinguin el mateix, cada persona ha de tenir $\frac{60}{4} = 15$ €; per tant la Maria ha de donar 3 € a cada germà.

11. $ABCD$ és un trapezi amb bases $AB = 50$ cm i $CD = 20$ cm. El punt E és un punt del costat AB amb la propietat que el segment DE divideix el trapezi en dues parts de la mateixa àrea. Quina és la longitud AE ?

A) 25 cm B) 30 cm C) 35 cm D) 40 cm E) 45 cm



Resposta: C. 35. *Encert: 24,81%; en blanc 36,08%; error 39,11%* Escrivim la igualtat de les àrees de les dues parts, el triangle AED i el trapezi $EBCD$, que tenen la mateixa altura, diem-li h . Serà $\frac{AE \cdot h}{2} = \frac{(EB + CD) \cdot h}{2}$. Per tant $AE = EB + CD$ i segons les dades del problema $50 - EB = EB + 20$, d'on s'obté $EB = 15$ i $AE = 35$.

20. En les cares d'un dau hi ha els nombres $-3, -2, -1, 0, 1$ i 2 . Si el tirem dues vegades i multipliquem els resultats, quina és la probabilitat que el producte sigui negatiu?

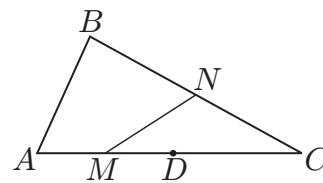
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{11}{36}$ D) $\frac{13}{36}$ E) $\frac{1}{3}$

Resposta: E. $\frac{1}{3}$. *Encert: 22,93%; en blanc 22,53%; error 54,55%*

En una tirada de dos daus tenim 36 possibles resultats. Per tal que el producte de les dues puntuacions sigui un nombre negatiu, en un dels daus hi ha d'haver un nombre negatiu, $-3, -2$ o -1 i en l'altre un de positiu, 1 o el 2 . En total tenim 3×2 resultats favorables per a negatiu i positiu i els mateixos per a positiu i negatiu. En total, doncs, $3 \times 2 \times 2 = 12$ casos favorables i la probabilitat que ens demanen serà $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$.

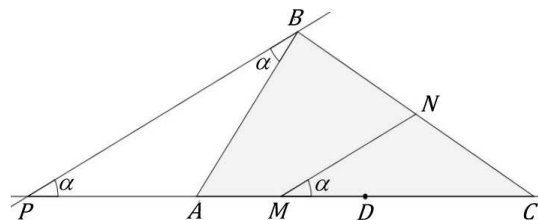
30. S'escull un punt D del costat AC del triangle $\triangle ABC$ de manera que $DC = AB$. Els punts M i N són els respectius punts mitjans dels segments AD i BC . Si $\widehat{NMC} = \alpha$, quant mesura l'angle $\widehat{BAC}$?

A) 2α B) $90^\circ - 2\alpha$ C) $45^\circ + \alpha$ D) $90^\circ - \frac{\alpha}{2}$ E) 3α



Resposta: A. 2α . *Encert: 10,35%; en blanc 60,78%; error 28,87%*

Pel punt B fem una paral·lela a MN , que talla en el punt P a la prolongació del costat AC . Els triangles PBC i MNC són semblants i, com que N és el punt mitjà de BC , la raó de semblança és 2. Per tant $PM = MC$, és a dir $PA + AM = MD + DC$ i com que $AM = MD$ serà $PA = DC = AB$ i, per tant, el triangle PBA és isòsceles. Com que per la construcció que hem fet l'angle en P és α , també ho serà l'angle en B del triangle PAB . Per tant l'angle en A d'aquest triangle és $180^\circ - 2\alpha$ i l'angle demanat és 2α .



Segon de batxillerat

1. Quin és el resultat de l'operació $\frac{20 \cdot 17}{2+0+1+7}$?

A) 3,4

B) 20,17

C) 34

D) 201,7

E) 340

Resposta: C. 34 *Encert: 92,03%; en blanc 1,08%; error 6,81%*

Només cal calcular amb atenció: es tracta d'un «problema 1»!

$$\frac{20 \cdot 17}{2+0+1+7} = \frac{20 \cdot 17}{10} = 2 \cdot 17 = 34.$$

14. En un políedre totes les cares són quadrats o triangles equilàters. Cada triangle està en contacte amb tres quadrats i cada quadrat està envoltat per 4 triangles. Si hi ha 6 quadrats, quants triangles hi haurà?

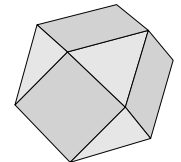
A) 5

B) 6

C) 7

D) 8

E) 9



Resposta: D. 8. *Encert: 47,31%; en blanc 15,32%; error 37,28%*

Si hi ha sis quadrats i al voltant de cada quadrat hi ha quatre triangles, podem considerar en principi $6 \times 4 = 24$ triangles. Però com que cada triangle l'hem comptat per cada un dels quadrats que té al voltant, tenim que cada triangle ha estat comptat tres vegades, per tant el nombre real de triangles serà $\frac{6 \times 4}{3} = 8$.

19. Les longituds dels costats d'un triangle $\triangle ABC$ són $AB = 10$, $BC = 9$ i $CA = 8$. El punt D és un punt del costat CA i compleix $CD = 7$ i el punt E és un punt del costat BC , de manera que els angles $\widehat{ABC}$ i $\widehat{CDE}$ són iguals. Quin és el perímetre del triangle $\triangle CDE$?

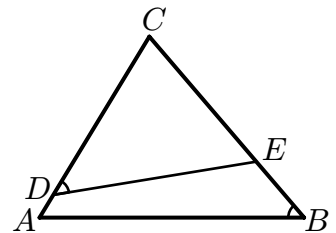
A) $\frac{189}{8}$

B) 21

C) 18,9

D) 21,7

E) $\frac{199}{8}$



Resposta: B. 21. *Encert: 16,49%; en blanc 51,61%; error 31,81%*

Els triangles CDE i CBA són semblants ja que tenen dos angles iguals, el que indica l'enunciat i l'angle en C . Per tant, $\frac{CD}{CB} = \frac{CE}{CA} = \frac{DE}{BA}$, és a dir $\frac{7}{9} = \frac{CE}{8} = \frac{DE}{10}$. Per tant, $CE = \frac{56}{9}$ i $DE = \frac{70}{9}$, i el perímetre demanat és $CD + DE + EC = 7 + 70/9 + 56/9 = 21$.

30. Els 2017 habitants d'una illa són de dues menes diferents. Cadascun o bé és mentider (i sempre diu mentida) o bé no és mentider (i sempre diu la veritat). Més de 1000 d'aquests habitants participen en un banquet asseguts en una taula rodona. Cadascun d'ells diu: «Les dues persones que tinc al costat són de menes diferents.» Quants no mentiders hi ha com a màxim a l'illa?

A) 1683

B) 668

C) 670

D) 1344

E) 1343

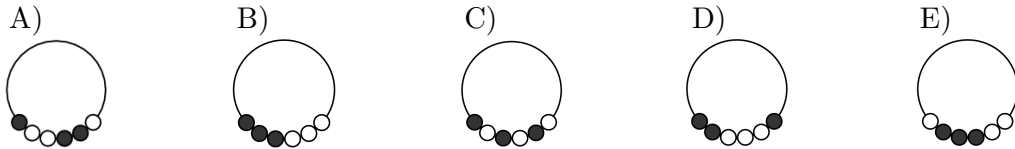
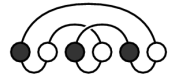
Resposta: A. 1683. *Encert: 4,66%; en blanc 55,11%; error 40,14%*

Podria ser que a la taula fossin tots mentiders, però podem aconseguir més no mentiders si suposem que n'hi ha algun a la taula. Indiquem com A un no mentider. Al seu costat hi té un no mentider (diem-li B) i un mentider (C). (Imaginem que estan asseguts de la forma BAC , que és VVM , veraç, veraç, mentider). Com que B és no mentider, diu la veritat i ha de tenir al seu costat un no mentider A i un mentider (diem-li D). En canvi, com que C és un mentider tindrà al seu costat dos individus del mateix procedir, i com que un és no mentider, veraç, (A), l'altre també ho serà (E). Així tenim la situació $DBACE$, simbòlicament $MVVMV$. Seguint aquest raonament, observem que ens queda una taula $\dots MVVMVVMVVM \dots$ on sempre hi trobem dos no mentiders junts i, després, un mentider. Per tant a la taula hi ha un nombre múltiple de 3 de comensals i la tercera part són mentiders. Com que han de ser més de 1000, com a mínim hi haurà 334 mentiders. Això significa que el nombre màxim de no mentiders serà $2017 - 334 = 1683$.

Alguns problemes del Cangur 2017 proposats en diferents nivells.

Comparació de resultats

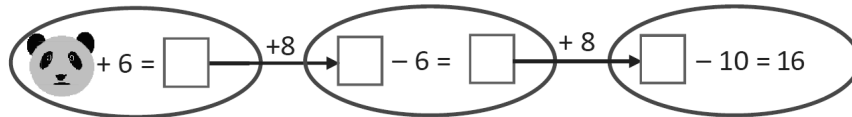
1. En la figura de la dreta veiem un collaret amb sis perles. Quina imatge de les que veus a baix correspon al mateix collaret?



Problema 11, 5è d'EP : Encert: 54,69% ; en blanc: 2,19% ; error: 43,13%.

Problema 4, 6è d'EP : Encert: 67,74% ; en blanc: 1,69% ; error: 30,61%.

2. Quin nombre s'amaga darrere del panda?

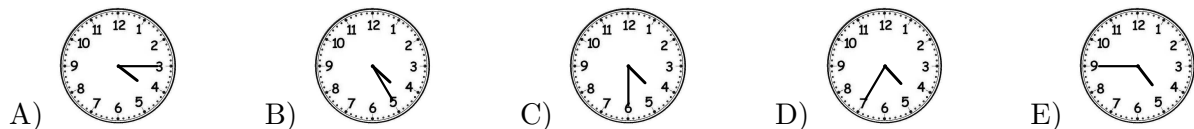


- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 20

Problema 14, 5è d'EP : Encert: 62,40% ; en blanc: 12,41% ; error: 25,20%.

Problema 1, 6è d'EP : Encert: 76,16% ; en blanc: 5,14% ; error: 18,70%.

3. En Joan ha d'arribar al camp d'hoquei on entrena a les cinc de la tarda. El bus passa cada 10 minuts per la parada des de les sis del matí. Per a arribar a temps d'agafar el bus, en Joan surt de casa 5 minuts abans que el bus passi per la parada. El trajecte en bus dura 15 minuts. Després ha de caminar 5 minuts per a arribar al camp d'hoquei. A quina hora, com a molt tard, ha de sortir en Joan de casa seva per a arribar a temps al camp?



Problema 19, 5è d'EP : Encert: 31,77% ; en blanc: 15,66% ; error: 52,57%.

Problema 10, 6è d'EP : Encert: 45,38% ; en blanc: 8,70% ; error: 45,92%.

Problema 15, 1r d'ESO : Encert: 47,26% ; en blanc: 8,26% ; error: 44,48%.

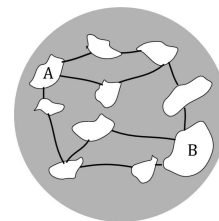
4. Sabem que $\bigcirc + \bigcirc + \bigcirc + \bigcirc + \blacksquare = \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare$. Quina de les opcions de resposta podem assegurar que és correcta?

- A) $\bigcirc = \blacksquare$ B) $\bigcirc + \bigcirc + \bigcirc = \blacksquare$ C) $\blacksquare + \blacksquare + \blacksquare = \bigcirc$ D) $\blacksquare + \blacksquare = \bigcirc$ E) $\bigcirc + \bigcirc = \blacksquare$

Problema 13, 6è d'EP : Encert: 66,19% ; en blanc: 8,49% ; error: 25,31%.

Problema 7, 1r d'ESO : Encert: 76,76% ; en blanc: 5,41% ; error: 17,79%.

5. En un planeta hi ha 10 illes i 12 ponts disposats segons el dibuix. Si es vol impedir que es pugui anar des de A fins a B passant pels ponts, quin és el nombre més petit de ponts que s'han de tancar?



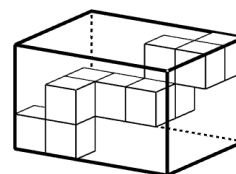
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Problema 17, 6è d'EP : Encert: 19,70% ; en blanc: 4,25% ; error: 76,05%.

Problema 11, 1r d'ESO : Encert: 23,24% ; en blanc: 2,06% ; error: 74,70%.

Problema 1, 2n d'ESO : Encert: 27,40% ; en blanc: 2,97% ; error: 69,63%.

6. La construcció de la figura està feta amb deu cubs d'aresta 1 cm i està guardada dins d'una capsa, que és la que s'hi ajusta millor. Quines són les dimensions, en cm, d'aquesta capsa?



A) $3 \times 3 \times 4$ B) $3 \times 5 \times 5$ C) $3 \times 4 \times 5$
D) $4 \times 4 \times 4$ E) $4 \times 4 \times 5$

Problema 24, 1r d'ESO : Encert: 31,39% ; en blanc: 17,57% ; error: 51,03%.

Problema 16, 2n d'ESO : Encert: 37,43% ; en blanc: 14,77% ; error: 47,78%.

7. Quantes vegades les agulles d'un rellotge formen un angle de 90° entre les 8 del matí i les 12 del migdia?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

Problema 21, 1r d'ESO : Encert: 5,25% ; en blanc: 13,39% ; error: 81,35%.

Problema 17, 2n d'ESO : Encert: 6,12% ; en blanc: 12,79% ; error: 81,08%.

8. Un robot està programat perquè, des que l'engeguem, avanci 8 cm, giri a la dreta 50° , avanci 16 cm i giri 130° també cap a la dreta i torni a repetir aquestes accions en el mateix ordre fins que arribi al punt de partida. Quina figura descriu el robot?

A) Un triangle B) Un quadrat C) Un rectangle D) Un paral·lelogram E) Un pentàgon

Problema 19, 1r d'ESO : Encert: 25,83% ; en blanc: 15,89% ; error: 58,27%.

Problema 10, 2n d'ESO : Encert: 29,70% ; en blanc: 14,29% ; error: 56,00%.

9. Quatre jugadors marquen gols en un partit d'handbol, i tots ells marquen un nombre diferent de gols. D'entre tots quatre, en Miquel és qui marca menys gols. Els altres tres marquen, entre tots tres, 20 gols. Amb aquestes dades, quin és el màxim nombre de gols que pot haver marcat en Miquel?

A) 6 B) 4 C) 5 D) 3 E) 2

Problema 22, 2n d'ESO : Encert: 25,38% ; en blanc: 14,93% ; error: 59,69%.

Problema 8, 3r d'ESO : Encert: 30,72% ; en blanc: 13,43% ; error: 55,83%.

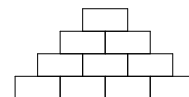
10. Quatre jugadors marquen gols en un partit d'handbol, i tots ells marquen un nombre diferent de gols. D'entre tots quatre, en Miquel és qui marca menys gols. Els altres tres marquen, entre tots tres, 20 gols. Amb aquestes dades, quin és el màxim nombre de gols que pot haver marcat en Miquel?

A) 6 B) 4 C) 5 D) 3 E) 2

Problema 22, 2n d'ESO : Encert: 25,38% ; en blanc: 14,93% ; error: 59,69%.

Problema 8, 3r d'ESO : Encert: 30,72% ; en blanc: 13,43% ; error: 55,83%.

11. La Sara vol escriure un nombre natural en cada casella del diagrama. Cada nombre és la suma dels dos nombres que hi ha a les caselles que té immediatament a sota. Quina és la quantitat màxima de nombres senars que en Joan pot escriure-hi?



A) 6 B) 7 C) 8 D) 5 E) 4

Problema 29, 2n d'ESO : Encert: 11,33% ; en blanc: 28,14% ; error: 60,51%.

Problema 19, 3r d'ESO : Encert: 10,43% ; en blanc: 22,65% ; error: 66,91%.

Problema 16, 4t d'ESO : Encert: 10,03% ; en blanc: 15,10% ; error: 74,81%.

Problema 6, 1r de batx. : Encert: 13,60% ; en blanc: 17,43% ; error: 68,91%.

12. Quants nombres naturals A tenen la propietat que només un dels dos nombres A i $A + 10$ és un nombre de tres xifres?

A) Cap B) 9 C) 10 D) 19 E) 20

Problema 17, 3r d'ESO : Encert: 6,68% ; en blanc: 31,81% ; error: 61,80%.

Problema 10, 4t d'ESO : Encert: 6,32% ; en blanc: 31,31% ; error: 62,34%.

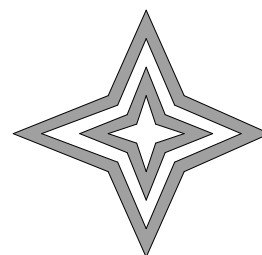
13. Quatre cosines, la Sara, la Rita, la Joana i la Neus, tenen 3, 8, 12 i 14 anys, no necessàriament en aquest ordre. La suma de les edats de la Neus i la Sara és divisible per 5. La suma de les edats de la Neus i la Joana també és divisible per 5. Quants anys té la Rita?

A) 14 B) 12 C) 8 D) 3 E) No es pot saber.

Problema 24, 3r d'ESO : Encert: 66,32% ; en blanc: 12,32% ; error: 21,34%.

Problema 12, 4t d'ESO : Encert: 80,92% ; en blanc: 2,40% ; error: 16,65%.

14. L'Agnès ha fet la figura de la dreta, en què ha superposat quatre estels, tots amb el mateix centre i amb els costats paral·lels. Tenia un estel gris de 16 cm^2 ; a sobre ha posat un estel blanc de 9 cm^2 ; a sobre d'aquest, un de gris de 4 cm^2 , i finalment, al cim, un de blanc d' 1 cm^2 . Quina és l'àrea total que es veu de color gris?

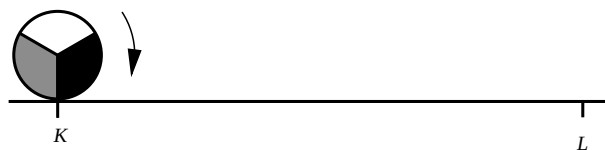


A) 9 cm^2 B) 10 cm^2 C) 11 cm^2 D) 12 cm^2 E) 13 cm^2

Problema 8, 4t d'ESO : Encert: 62,78% ; en blanc: 10,47% ; error: 26,68%.

Problema 3, 1r de batx. : Encert: 70,15% ; en blanc: 10,52% ; error: 19,23%.

15. Es fa rodar sense relliscar un cercle de radi 1 cm per una línia recta des de K fins a L . Si la distància KL és de $11\pi \text{ cm}$, quina serà la posició del cercle quan el punt inferior arribi al punt L ?



A)  B)  C)  D)  E) 

Problema 15, 4t d'ESO : Encert: 26,51% ; en blanc: 18,17% ; error: 55,25%.

Problema 7, 1r de batx. : Encert: 36,08% ; en blanc: 16,98% ; error: 46,94%.

Índex

Le Kangourou sans frontières

Països que componen l'associació	1
Enunciats en els idiomes de quatre països on es fa el Cangur	2
Enunciats sense paraules. Una idea de Kangourou Romania	3
Jos dels gratacels. Una proposta de Kangourou Italia	4
Problemes del Cangur 2017 proposats per Catalunya	5

Informacions del XXII Cangur de la SCM

Els premis i els pins de plata	6
Dades estadístiques	6
Dades globals	6
Dades per nivells	7

Sobre els problemes del XXII Cangur de la SCM

Alguns enunciats i solucions del XXII Cangur de la SCM	11
Alguns problemes proposats en diferents nivells. Comparació de resultats	19

Cangur 2017. Societat Catalana de Matemàtiques

Amb el suport institucional de



Institut
d'Estudis
Catalans



Generalitat de Catalunya
**Departament
d'Ensenyament**

Amb una subvenció de

Fundació Privada
CELLEX

entitat
impulsora
de les



Beques Batxillerat
Internacional
www.cims-cellex.cat

Amb la col·laboració de



Universitat de Barcelona

UAB

Universitat Autònoma
de Barcelona



UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH



Universitat
Pompeu Fabra
Barcelona

UVIC

UNIVERSITAT DE VIC
UNIVERSITAT CENTRAL
DE CATALUNYA



Universitat de Girona



Universitat de Lleida



UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI



XXII Cangur SCM. 2017



Le Kangourou sans Frontières
